CƏBR DÜSTURLARI



"Çağ" Öyrətim



Tayyip Oral
İlyas Həsənov
Şahlar Məhərrəmov

2003



CamScanner ilə skan edilib

CƏBR DÜSTURLARI



"Çaşıoğlu"



Tayyip Oral
İlyas Həsənov
Şahlar Məhərrəmov



CamScanner ilə skan edilib

BBK (08)
T (33)

Müəlliflər:
Tayyip Oral,
İlyas Həsənov,
Şahlar Məhərrəmov

İxtisas redaktoru:
Taleh Mustafayev,
Rəşad Əlimemmədov

Üçüncü nəşr

T (33) Tayyip Oral və b. Cəbr düsturları. (Ali təhsilə hazırlıq kurslarının dinləyiciləri üçün vəsait).

T $\frac{06081237009}{M-085-00}$ e'lansız

Kompüter tərtibatı və dizayn:
Nadir Budaqov,
Paşa Vasiqov

© Araz kursları, 2003

N = {0,1,2,3,.....} çoxluğunun hər bir elementinə genişlənmiş natural sıranın bir elementi deyilir.

➲ **Natural ədədlər:**
N^+ = {1,2,3,4,......} çoxluğunun hər bir elementinə **natural** ədəd deyilir.

➲ **Tam ədədlər:**
Z = {.... -3,-2,-1,0,1,2,3,...} çoxluğunun hər bir elementinə tam ədəd deyilir.



Ədəd oxu üzərində hər bir ədəd ondan sağdakı ədəddən kiçik, soldakı ədəddən böyükdür.

➲ **Rasional ədədlər:**

$$Q=\left\{\frac{a}{b},\ a\in z,\ b\in z\ \text{ və }\ b\neq 0\right\}$$

çoxluğunun hər elementinə **rasional ədədlər** deyilir. $\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}$, 3, 0,... sair ədədlər rasionaldır.

CamScanner ilə skan edilib

İrrasional ədədlər.

$\frac{a}{b}$, a, b, $\in Z$, $b \neq 0$ şəklində göstərilə bilməyən ədədlərə irrasional ədədlər deyilir və Q' ilə işarə edilir.

$\pi = 3,14159265...$

$e = 2,71828182...$

$\sqrt{2} = 1,41423562...$

a və b həqiqi ədədlər olarsa, onda

1. $a+b = b+a$	6. $a+(-b)=a-b$
2. $a+(b+c)=(a+b)+c$	7. $a \cdot b=b \cdot a$
3. $a+0=a$	8. $a \cdot (b \cdot c)=(a \cdot b) \cdot c$
4. $a+(-a)=0$	9. $a \cdot (b+c)=a \cdot b+a \cdot c$
5. $a-(-b)=a+b$	10. $a \cdot 1=a$

Həqiqi ədədlər:

Üzərində başlanğıc nöqtə, istiqamət və ölçü vahidi qeyd edilmiş düz xəttə ədəd oxu deyilir. Ədəd oxu üzərində göstərilə bilən hər bir ədədə **həqiqi ədəd** deyilir. Həqiqi ədədlər çoxluğu $R = Q \cup Q'$ ilə işarə edilir.

Cüt ədədlər.

Tam ədədlər cüt və tək olur. 2-yə qalıqsız bölünən ədədlərə **cüt ədədlər** deyilir.

Qeyd: Cüt ədədlər 2n şəklində göstərilir.

$Z_c=\{..., -4,-2,0,2,4,6,...2n, 2n+2,...\}, n \in Z$

✓ Ardıcıl ədədlər aşağıdakı kimi göstərilir:
n, n+1, n+2, n+3, ...

Tək ədədlər: 2-yə tam bölünməyən ədədlərə *tək ədədlər* deyilir.

Qeyd: Tək ədədlər (2n-1) şəklində göstərilir.

$Z_t=\{..., -3,-1,1,3,5,7,...2n-1, 2n+1,...\}, n \in Z$

✓ T: tək ədəd, C:cüt ədəd isə, onda

T + T = C	T.T = T	$n \in Z^+$ üçün
T + C = T	T.C = C	$T^n = T$
C + C = C	C.C = C	$C^n = C$

$2^5 + 3^9 \rightarrow (C + T) \rightarrow$ Tək ədəd

$3^{16} + 5^{13} \rightarrow (T + T) \rightarrow$ Cüt ədəd

$3^{17} \cdot 5^{18} \cdot 2^{14} \rightarrow (T \cdot T \cdot C) \rightarrow$ Cüt ədəd

$5^{12} - 3^{12} \rightarrow (T - T) =$ Cüt ədəd

$3^{144} \rightarrow$ Tək ədəd

$6^{121} \rightarrow$ Cüt ədəd

✓ a.b.c.... hasili tək ədəd isə, onda bütün vuruqlar təkdir. a.b.c... hasili cüt ədədə bərabərdirsə, onda vuruqlardan heç olmazsa biri cütdür. (a,b,c,.... $\in Z$)

Sadə ədədlər:

Ancaq vahidə və özünə bölünən və 1-dən böyük ədədlərə **sadə ədədlər** deyilir. Sadə ədədlər çoxluğu

A= {2,3,5,7,...}-dir.

☞ Ən kiçik sadə ədəd 2-dir. Sadə ədədlərin ümumi düsturu yoxdur.

CamScanner ilə skan edilib

➲ **Sadə vuruqlar:**

Ədədin müsbət bölünənlərindən sadə olanları bu ədədin sadə vuruqları adlanır.

☞ $120=2^3\cdot3\cdot5$-dir. 120 ədədinin müxtəlif sadə vuruqları 2,3,5-dir.

☞ $72=2^3\cdot3^2$-dir. 72 ədədinin müxtəlif sadə vuruqları 2 və 3-dür.

☞ $120=2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot5$-dir. 120 ədədinin sadə vuruqlarının sayı 5-dir.

☞ $72=2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot3$-dir. 72 ədədinin sadə vuruqlarının sayı 5-dir.

➲ **Bə'zi cəm düsturları**

1. $1+2+3+...+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$

Misal:

$1+2+3+.....+20=\dfrac{20(20+1)}{2}=210$

2. $2+4+6+....+2n=n(n+1)$

Misal:

$2+4+6+.....+50=25\cdot(25+1)=650$

$2n=50,\ n=25$

3. $1^2+2^2+3^2+....+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

4. $1^3+2^3+3^3+....+n^3=\left(\dfrac{n(n+1)}{2}\right)^2$

Misal:

$1^3+2^3+3^3+...+10^3=\left(\dfrac{10\cdot11}{2}\right)^2=3025$

5. $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+...+n(n+1)=\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$

6. $\dfrac{1}{1\cdot2}+\dfrac{1}{2\cdot3}+....\dfrac{1}{n(n+1)}=\dfrac{n}{n+1}$

7. $1+r+r^2+r^3+r^{n-1}=\dfrac{1-r^n}{1-r}$

Misal:

$1+2+2^2+2^3+....+2^7=\dfrac{1-2^8}{1-2}=255$

8. $3+6+9+....+3n=\dfrac{3n(n+1)}{2}$

9. $1+4+7+....+3n-2=\dfrac{n(3n-1)}{2}$

10. $1+3+5+...+(2n-1)=n^2$

Misal:

$1+3+5+....+2n-1=n^2$

$1+3+5+....+21=n^2=(11)^2=121$

$2n-1=21$

$2n=22$

$n=11$

CamScanner ilə skan edilib

11. $1^2 + 3^2 + 5^2 + ... + (2n - 1)^2 = \dfrac{n(4n^2 - 1)}{3}$

12. $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2n - 1)^3 = n^2 \cdot (2n^2 - 1)$

13. $\dfrac{1}{1 \cdot 3} + \dfrac{1}{3 \cdot 5} + \dfrac{1}{5 \cdot 7} + ... + \dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)} =$

$$= \frac{n}{2n+1}$$

14. $\dfrac{1}{1 \cdot 4} + \dfrac{1}{4 \cdot 7} + \dfrac{1}{7 \cdot 10} + ... + \dfrac{1}{(3n-2)(3n+1)} =$

$$= \frac{n}{3n+1}$$

15. $2 + 5 + 8 + 11 + ... + 3n - 1 = \dfrac{n(3n+1)}{2}$

16. $1 + 7 + 13 + 19 + ... + 6n - 5 = n(3n-2)$

17. $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + ... + (-1)^{n-1} \cdot n^2 =$

$$= (-1)^{n-1} \cdot \frac{n(n+1)}{2}$$

18. $2^1 \cdot 2 + 2^2 \cdot 3 + 2^3 \cdot 4 + ... + 2^n(n + 1) = n \cdot 2^{n+1}$

19. $1 + 3 + 3^2 + ... 3^{n-1} = \dfrac{3^n - 1}{2}$

20. $2 + 5 + 13 + ... + (2^{n-1} + 3^{n-1}) = 2^n - 1 + \dfrac{3^n - 1}{2}$

21. $\dfrac{5}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dfrac{6}{2 \cdot 3 \cdot 4} + ... + \dfrac{n+4}{n(n+1)(n+2)} =$

$$= \frac{n(3n+7)}{2(n+1) \cdot (n+2)}$$

22. $\dfrac{1^2}{1 \cdot 3} + \dfrac{2^2}{3 \cdot 5} + ... + \dfrac{3^2}{5 \cdot 7} + ... +$

$$+ \frac{n^2}{(2n-1) \cdot (2n+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$$

23. $\cos a + \cos 3a + ... + \cos(2n - 1)a = \dfrac{\sin 2na}{2 \sin a}$

24. $\sin a + \sin 2a + ... + \sin(na) =$

$$= \frac{\cos\frac{a}{2} - \cos\left(n + \frac{1}{2}\right)a}{2 \sin\frac{a}{2}}$$

25. $\cos a + \cos 2a + ... + \cos(na) =$

$$= \frac{\frac{\sin na}{2} \cdot \cos\left(\frac{n+1}{2}\right)a}{\sin\frac{a}{2}}$$

CamScanner ilə skan edilib

➲ **Əsas cəm düsturu:**

Əgər **r** ilk hədd, **n** son hədd, **x** artım olarsa, aşağıdakı cəm düsturu doğrudur.

$$r+(r+x)+(r+2x)+....+n=\frac{(n+r)(n-r+x)}{2x}$$

Misal:

☞ $7+14+21+....+112=?$

$r=7,\ n=112,\ x=7$

$7+14+21+....+112=$

$$=\frac{(112+7)\cdot(112-7+7)}{2\cdot 7}=\frac{119\cdot 112}{14}=952$$

➲ **Tam ədədlər üçün bə'zi düsturlar.**

$A=x^{m}\cdot y^{n}\cdot z^{p}$, x, y, z sadə vuruqlar,

$m, n, p\in Z^{+}$ olarsa, onda:

✓ A-nın müsbət bölənlərinin sayı T olursa,

$T=(m+1)\cdot(n+1)\cdot(p+1)$

☞ Bir ədədin müsbət tam bölənləri qədər mənfi tam bölənləri var. Buna görə bütün tam bölənlərin cəmi "0"-dır.

Misal:

1. 600 ədədinin müsbət bölənlərinin sayını tapın.

$600=2^{3}\cdot 3^{1}\cdot 5^{2}$

$T=(m+1)\cdot(n+1)\cdot(p+1)$

$T=(3+1)\cdot(1+1)\cdot(2+1)=24$

2. 72 ədədinin bölənləri sayını tapın.

$72=8\cdot 9=2^{3}\cdot 3^{2}$

$T=(3+1)\cdot(2+1)=12$

1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72 müsbət tam bölənlərdir.

☞ Müsbət bir ədəddən kiçik olmaqla bu ədəd ilə qarşılıqlı sadə olan ədədlərin sayının tapılması.

$A=a^{m}\cdot b^{n}\cdot c^{k}$ ədədindən kiçik və A ilə qarşılıqlı sadə olan ədədlərin sayı P olarsa,

$$P\quad {}^{m}\cdot b^{n}\cdot c^{k}\left(1-\frac{1}{a}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{b}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{c}\right)$$

Misal:

48-dən kiçik və 48 ilə qarşılıqlı sadə olan neçə ədəd var?

$48=2^{4}\cdot 3^{1}$

$$P=2^{4}\cdot 3^{1}\cdot\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)=48\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=16$$

Bu ədədlər aşağıdakılardır:

47, 43, 41, 37, 35, 31, 29, 25, 23, 19, 17, 13, 11 , 7 , 5, 1

CamScanner ilə skan edilib

Ədədlərin mərtəbəsi

$\overline{abcd}$: dörd rəqəmli ədəd
- d — təkliklər mərtəbəsi
- c — onluqlar mərtəbəsi
- b — yüzlüklər mərtəbəsi
- a — minliklər mərtəbəsi

$\overline{abcd} = a.1000+b.100+c.10+d.1$

$\overline{ab} = a\cdot 10 + b\cdot 1 = 10a + b$

$\overline{abc} = 100.a + 10b + c.1 = 100a+10b + c$

$\overline{abcd} = 1000a+100b+10c+d$

Misal: $\overline{abb}+\overline{bcc}+\overline{caa} = 1332$ isə, $a+b+c = ?$

Həlli:

$$\overline{abb} = 100a + 10b + b$$
$$\overline{bcc} = 100b + 10c + c$$
$$\overline{caa} = 100c + 10a + a$$

$$\overline{abb} + \overline{bcc} + \overline{caa} = 111(a + b + c)$$
$$1332 = 111(a + b + c)$$
$$a + b + c = 12$$

Misal: a,b,c bir rəqəmli ədədlərdir. $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = 165$ isə, $a + b + c = ?$

Həlli:

$$\left.\begin{array}{l}\overline{ab} = 10a + b \\ \overline{bc} = 10b + c \\ \overline{ca} = 10c + a\end{array}\right\} \Rightarrow \overline{ab}+ \overline{bc}+ \overline{ca} = 11(a+ b+ c)$$

$165 = 11\cdot(a + b + c)$

$a + b + c = 15$-dir.

ƏBOB (Ən Böyük Ortaq Bölən) ƏKOB (Ən Kiçik Ortaq Bölünən)

A və B natural ədədlərinin bölündüyü ən böyük natural ədədə bu ədədlərin **ən böyük ortaq böləni** deyilir.

✓ A və B ədədlərinə bölünən ən kiçik natural ədədə bu ədədlərin **ən kiçik ortaq bölünəni** deyilir.

✓ ƏBOB və ƏKOB-un hesablanması

Misal:

ƏBOB (24, 36) = $2^2\cdot 3^1 = 12$

ƏKOB (24, 36) = $2^3\cdot 3^2 = 72$

✓ ƏKOB (A, B) ≤ A·B

1. A·B = ƏBOB(A, B)·ƏKOB(A, B)

Misal:

A = 36, B = 42 isə,

ƏBOB(A, B)· ƏKOB(A, B) = ?

ƏBOB(A, B)· ƏKOB(A, B) =

= A.B = 36· 42 = 1512

Misal:

A və B qarşılıqlı sadə ədədlər olarsa, ƏBOB(A, B)=1; ƏKOB(A, B) = A· B olar. A = 7, B = 11 isə, ƏBOB(7, 11) =1; ƏKOB(7, 11) = A· B = 77

CamScanner ilə skan edilib

➲ **Rasional ədədlərin ƏBOB və ƏKOB - nun tapılması.**

2. $$\text{ƏBOB}\left(\frac{a}{b},\frac{c}{d}\right)=\frac{\text{ƏBOB}(a\cdot d, b\cdot c)}{\text{ƏKOB}(b,d)}$$

Misal:

$$\text{ƏBOB}\left(\frac{3}{5},\frac{4}{7}\right)=\frac{\text{ƏBOB}(7\cdot 3;\ 5\cdot 4)}{\text{ƏKOB}(5;7)}=\frac{1}{35}$$

3. $$\text{ƏKOB}\left(\frac{a}{b},\frac{c}{d}\right)=\frac{\text{ƏKOB}(a,c)}{\text{ƏBOB}(b,d)}$$

Misal:

$$\text{ƏKOB}\left(\frac{4}{15},\frac{5}{3}\right)=\frac{\text{ƏKOB}(4;\ 5)}{\text{ƏBOB}(15;3)}=\frac{20}{3}$$

➲ **Tam ədədlərdə Bölən - Qalıq əlaqəsi**

A, B, X, K_1, K_2 tam ədədlər və $n \in Z^+$;
A-nın x-ə bölünməsindən alınan qalıq K_1
B-nin x-ə bölünməsindən alınan qalıq K_2
olsun. Onda,

☞ $A\cdot B$-nin x-ə bölünməsindən alınan qalıq $K_1\cdot K_2$,

☞ $A\pm B$-nin x-ə bölünməsindən alınan qalıq $K_1\pm K_2$,

☞ A^n-nin x-ə bölünməsindən alınan qalıq K^n olar.

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \hline & C \\ K & \end{array}$$ burada,

A bölünən, B bölən, C natamam qismət, K isə qalıqdır.

☞ $A = B\cdot C + K;\qquad 0 \le K < B$
K = 0 olarsa, A, B-yə tam bölünür.

☞ x və y tam ədədlər isə, A tam ədədi $x\cdot y$ hasilinə tam bölünürsə, A ədədi həm x-ə həm də y-ə tam bölünür. Bu təklifin tərsi doğru deyil.

➲ **Tam bölünmə əlamətləri.**

✓ 2: Bütün cüt ədədlər 2-yə tam bölünür.

✓ 3: Rəqəmləri cəmi 3-ə bölünən bütün ədədlər 3-ə tam bölünür.

✓ 5: Sonuncu rəqəmi 0 və ya 5 olan ədədlər 5-ə bölünür.

✓ $\dot{7}: \left(\overline{a_n\ldots\ldots a_4a_3a_2a_1a_0}\right)$ n + 1 rəqəmli ədədin 7-yə tam bölünməsi üçün aşağıdakı şərt ödənilməlidir.

☞ $(1a_0 + 3a_1 + 2a_2)-(1a_3 + 3a_4 + 2a_5) + ... = 0$ və ya 7k olmalıdır.

Misal:

4538625 ədədi 7-yə bölünür.
4538625
1231231
$(5\cdot 1+3\cdot 2+2\cdot 6)-(8\cdot 1+3\cdot 3 + 2\cdot 5) + 4\cdot 1 =$
$= (5+6+12)-(8+9+10) + 4 = 27-27 = 0$
4538625 ədədi 7-yə tam bölünür.

CamScanner ilə skan edilib

- 11: $\left(\overline{a_n \ldots\ldots a_4 a_3 a_2 a_1 a_0}\right)$ n + 1 rəqəmli ədədin 11-ə tam bölünməsi üçün aşağıdakı şərt ödənməlidir.
  $(a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + \ldots) = 0$ və ya 11k olmalıdır.

  Misal:
  136173829 ədədi 11-ə bölünür.
  $(9+8+7+6+1)-(2+3+1+3) = 22$
  22 ədədi 11-in bölünəni olduğuna görə 136173829 ədədi 11-ə tam bölünər.

- 4: Bir ədədin sonuncu iki rəqəmi sıfırla qurtararsa, və ya bu iki rəqəmin əmələ gətirdiyi ədəd 4-ə qalıqsız bölünərsə, onda verilmiş ədəd 4-ə tam bölünər.

- 8: Bir ədədin sonuncu üç rəqəmi sıfırla qurtararsa və ya sonuncu üç rəqəmin əmələ gətirdiyi ədəd 8-ə tam bölünərsə, onda verilmiş ədəd 8-ə bölünər.

- 9: Rəqəmləri cəmi 9-a bölünən ədəd 9-a tam bölünür.

- 10: Sonuncu rəqəmi "0" olan ədəd 10-a tam bölünür.

- 6: 3-ə və ya 2-yə tam bölünən ədəd 6-ya tam bölünür.

- 12: 3-ə və 4-ə tam bölünən ədəd 12-yə tam bölünür.

- 18: 9-a və 2-yə tam bölünən ədəd 18-ə tam bölünür.

- 36: 9-a və 4-ə tam bölünən ədəd 36-ya tam bölünür.

- 84: 12-yə və 7-yə tam bölünən ədəd 84-ə tam bölünür.

Rasional ədədlər və onlar üzərində əməllər

a və b tam ədədlər və $b \neq 0$ olarsa, $\frac{a}{b}$-yə **rasional ədəd** deyilir. Bütün rasional ədədlər kəsr şəklində göstərilə bilər. a-ya kəsrin surəti, b-yə kəsrin məxrəci deyilir.

- Surəti ilə məxrəci arasındakı fərqi eyni olan müsbət düzgün kəsirlərdən, surəti və məxrəci böyük olan kəsr, vahidə ən yaxın olandır.

$$\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \ldots < \frac{n}{n+1} < \ldots$$

CamScanner ilə skan edilib

Düzgün kəsr:

[illegible] **düzgün kəsrlər** [illegible]

Məsələn: [illegible] $\frac{2}{5}$ [illegible]

[illegible] **düzgün kəsrdir** [illegible]

Düzgün olmayan kəsr:

[illegible] **düzgün olmayan kəsrlər** deyilir.

Məsələn: $\frac{5}{4}$, $\frac{43}{10}$ və s.

[illegible] $\frac{a}{b}$ [illegible] $\frac{a}{b}$ düzgün olmayan kəsrdir.

Dövrü onluq kəsr:

Bir rasional ədədin onluq kəsr şəklində yazılışında təkrar olunan rəqəm və ya rəqəmlər qrupu varsa, belə onluq kəsrə **dövrü onluq kəsr** deyilir.

[illegible] a,bcbcbc... = $\frac{\overline{abc}-a}{[illegible]}$

1. [illegible]

2. $0,(\overline{ab}) = \frac{\overline{ab} - [illegible]}{[illegible]}$

3. [illegible]

4. [illegible]

5. [illegible]

Dövrü onluq kəsri aşağıdakı şəkildə rasional ədədə çevirmək olar

[illegible] ədəd [illegible] ədəd

[illegible]

Misal:

1. $0,(3) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$
2. $0,(22) = \frac{22}{99} = \frac{2}{9}$
3. $0,2(1) = \frac{21-2}{90} = \frac{19}{90}$
4. $0,3(21) = \frac{321-3}{990} = \frac{318}{990} = \frac{53}{165}$

CamScanner ilə skan edilib

5. $3,(4) = 3\frac{4}{9}$

6. $4,3(2) = 4\frac{32-3}{90} = 4\frac{29}{90}$

➲ **Rasional ədədlər üzərində əməllər:**

i. Toplama-Çıxma

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

Məxrəclər ƏKOB-a çatdırılır.

$$\frac{4}{5} + \frac{5}{7} = \frac{4 \cdot 7}{5 \cdot 3} = \frac{28}{15}$$

ii. Vurma: Məxrəc məxrəcə, surət surətə vurulur

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}, \qquad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f} = \frac{a \cdot c \cdot e}{b \cdot d \cdot f}$$

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{9}{13} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 9}{3 \cdot 7 \cdot 13} = \frac{60}{91}$$

iii. Bölmə: Birinci kəsr olduğu kimi yazılır, ikinci kəsr tərsinə çevrilib vurulur

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \text{ və ya } \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\frac{4}{7} : \frac{8}{3} = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{14}$$

☞ **Əməllər sırası:**

Rasional ədədlərdə əməllər sırası belədir:

1. Mö'tərizələrin daxilindəki əməllər yerinə yetirilir.
2. Qüvvətə yüksəltmə əməli yerinə yetirilir.
3. Vurma-Bölmə yerinə yetirilir.
4. Toplama-Çıxma yerinə yetirilir.

iii. Kəsrlərin müqayisəsi.

➲ Məxrəcləri eyni olan iki müsbət kəsrdən surəti böyük olan kəsr böyükdür.

Misal: $\frac{6}{7} > \frac{5}{7} > \frac{4}{7}$

➲ Surətləri eyni olan iki kəsrdən məxrəci böyük olan kəsr kiçikdir.

Misal: $\frac{13}{7} > \frac{13}{8} > \frac{13}{9}$

☞ Mənfi kəsrlər üçün bu təkliflərin tərsi doğrudur

☞ Surət ilə məxrəcinin fərqi eyni olan müsbət sadə kəsirlərdə surət və məxrəci böyüdükcə kəsrin qiyməti artar.

☞ $\frac{a}{a+n}$ kəs[illegible] n [illegible]

[illegible] düzgün olmayan kəsirlərdə surət ilə [illegible]

[illegible] $\frac{a+n}{a}$ [illegible] kəsrin qiyməti azalar.

Məsələn,

[illegible] $\frac{11}{10}$, [illegible] $\frac{101}{100}$, b [illegible] $\frac{1001}{1000}$, [illegible]

CamScanner ilə skan edilib

Müsbət və mənfi ədədlərin vurulması

$(+)\cdot(+) = (+)$	$(+):(+) = (+)$
$(+)\cdot(-) = (-)$	$(+):(-) = (-)$
$(-)\cdot(+) = (-)$	$(-):(+) = (-)$
$(-)\cdot(-) = (+)$	$(-):(-) = (+)$
$(-4)\cdot(3)=-12$	$(-4)\cdot(-3)=12$
$(-8):(4)=-2$	$(-8):(-4)=2$

Həqiqi ədədin qüvvəti.

$(+)^n = (+)$; $(-)^{2n} = (+)$; $(-)^{2n+1} = (-)$

Müsbət ədədlərin bütün qüvvətləri müsbətdir. Mənfi ədədlərin cüt qüvvəti müsbət, tək qüvvəti isə mənfidir.

[illegible] xassələri doğrudur.

i Bərabərliyin hər iki tərəfinə eyni bir ədədi əlavə etsək və çıxsaq bərabərlik dəyişməz.

$a = b \Rightarrow a \pm c = b \pm c$

ii Bərabərliyin hər tərəfini eyni ədədə vursaq, bərabərlik dəyişməz

$a = b \Rightarrow a\cdot c = b\cdot c$

iii Bərabərliyin hər tərəfini sıfırdan fərqli ədədə bölsək, bərabərlik dəyişməz.

$a = b \Rightarrow a:c = b:c \quad (c \neq 0)$

iv Bərabərliyin hər tərəfini qüvvətə yüksəltdikdə, bərabərlik dəyişməz.

$a = b \Rightarrow a^n = b^n \qquad (n \in R)$

$a = b \Rightarrow \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b} \qquad (n > 1, n \in Z)$

v. $a = b$ və $b = c \Rightarrow a = c$

vi Bərabərliklər üzərində toplama-çıxma, vurma və bölmə aşağıdakı kimidir.

$$\frac{\begin{matrix} a = b \\ c = d \end{matrix}}{a \pm c = b \pm d} \qquad \frac{\begin{matrix} a = b \\ c = d \end{matrix}}{a\cdot c = b\cdot d} \qquad \frac{\begin{matrix} a = b \\ c = d \end{matrix}}{a : c = b : d}$$

$(c \neq 0, d \neq 0)$

Faiz

Ədədin yüzdə bir hissəsinə faiz deyilir və % kimi yazılır.

$0{,}01 = 1\%$, $0{,}25 = 25\%$

Misal:

30 ədədinin 20%; $30\cdot\frac{20}{100} = 6$

3,6 ədədinin 20%; $3{,}6\cdot\frac{20}{100} = \frac{720}{1000} = 0{,}72$

6 ədədin 6%; $6\cdot\frac{6}{100} = \frac{36}{1000} = 0{,}36$

Ədədi faizlə göstərmək üçün $a = b \cdot 100\%$ bərabərliyindən istifadə edilir

Misal:

5%-i 4 olan ədədi tapın.

Bu ədəd x olsun. $x\cdot 5\% = 4$ isə, $\frac{x\cdot 5}{100} = 4$,

$x = 80$

CamScanner ilə skan edilib

3 Faizi ədədlə göstərmək üçün $b\% = b \cdot 0,01$ bərabərliyindən istifadə edilir.

$15\% = 15 \cdot 0,01 = 0,15$

4 a ədədinin p%-i $\frac{A \cdot p}{100}$ ifadəsi ilə hesablanır

p%-i b olan ədədi tapmaq üçün $\frac{b \cdot 100}{p}$ ifadəsindən istifadə edilir.

Misal 1: 6%-i 12 olan ədədı tapın.

Həlli: Axtarılan ədəd x olsun

$x \cdot 6\% = 12 \Rightarrow x \cdot \frac{6}{100} = 12$

$6x = 1200 \Rightarrow x = 200$

Misal 2:

Bir ədədin 45% ilə 40%-inın fərqı 12,5 olarsa, bu ədədi tapın.

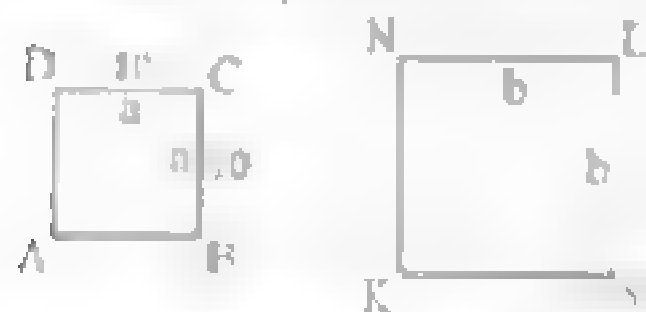
$x \cdot 45\% - x \cdot 40\% = 12,5$

$x = 250$

[illegible] alınan qısmətə nisbət deyılır və a:b və ya $\frac{a}{b}$ kimi yazılır.

Misal:

Kvadratın tərəfini 20% artırdıqda onun sahəsi neçə faiz artar?



$S(ABCD) = S_1$; $S(KMLN) = S_2$

$S_1 = a^2 = 10^2 = 100$ cm²

$b = a + a.20\% = 10 + 10 \cdot \frac{20}{100} = 12$ sm

$S_2(KLMN) = b^2 = 12^2 = 144$

$\frac{S_2 - S_1}{S_1} \cdot 100 = 44\%$

a ədədinin b-nın neçə faizi olduğunu bilmək üçün $\frac{a}{b} \cdot 100\%$ ifadəsindən istifadə olunur.

Misal 1:

[illegible]

$\frac{3}{4} \cdot 100 = 0,75.100 = 75\%$

Misal 2:

16 ədədı 20 ədədinin neçə faizini təşkil edir.

$\frac{16}{20} \cdot 100 = \frac{4}{5} \cdot 100 = 0,8 \cdot 100 = 80\%$

İldə p% gəlir verən kassaya qoyulmuş a manat pulun, n ildən sonra neçə manat olduğunu $a \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ ifadəsi ilə hesablamaq olar. Bu, mürəkkəb faizin düsturudur.

CamScanner ilə skan edilib

Sadə bərabərsizliklər

➲ **Bərabərsizliklər:**
Bir-biri ilə ">" və ya "<" işarələri ilə bağlı olan ifadələr bərabərsizlik adlanır.

➲ Bərabərsizliyin xassələri:
x, y, a, b həqiqi ədədlər olduqda, aşağıdakı xassələr doğrudur.

1. Bərabərsizliyin hər tərəfinə eyni həqiqi ədədi əlavə etdikdə və ya çıxdıqda bərabərsizliyin işarəsi dəyişməz.
$a \in R^+$ və $x < y \Rightarrow x + a < a + y$
$a \in R^+$ və $x < y \Rightarrow x - a < y - a$

2. Eyni işarəli bərabərsizliyi tərəf-tərəfə toplamaq olar, ancaq çıxmaq olmaz.
$\forall x, y, a, b \in R$ üçün

$$\frac{\begin{matrix} x < y \\ a < b \end{matrix}}{x + a < y + b}$$

3. x,y,a,b müsbət həqiqi ədədlər isə:

$$\frac{\begin{matrix} x < y \\ a < b \end{matrix}}{x \cdot a < y \cdot b}$$ doğrudur.

4. Sıfır və vahid arasında yerləşən həqiqi ədədin müsbət tam qüvvəti artdıqda nəticə azalır.
Yə'ni: $x \in (0,1) \Rightarrow x > x^2 > x^3 > x^4$

Misal: [illegible]

5. Əgər x və y eyni işarəli həqiqi ədədlər isə, aşağıdakı şərt doğrudur.

$$x < y \Rightarrow \frac{1}{x} > \frac{1}{y}$$

Misal: $2 < 3 \Rightarrow \frac{1}{2} > \frac{1}{3}$

6. x və y əks işarəli isə: $x < y \Rightarrow \frac{1}{x} < \frac{1}{y}$

Misal: $-3 < 2 \rightarrow -\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$

➲ **Mütləq qiymət**
Ədəd oxunda x həqiqi ədədinə qarşı qoyulan nöqtənin başlanğıc nöqtədən uzaqlığına x-ın **mütləq qiyməti** deyilir və |x| ilə işarə edilir.

[illegible]

CamScanner ilə skan edilib

- Mutləq qiymətin xassələri

Tutaq ki, x,y,a,b həqiqi ədədlərdir. Onda aşağıdakı şərtlər doğrudur.

1. $\forall n \in Z^{+}$ üçün $\sqrt[2n]{x^{2n}} = |x|$

2. $|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$

3. $x < |x| \Rightarrow x < 0$

$x = |x| \Rightarrow x \geq 0$

4. $|x| = |-x|$

$|x - y| = |y - x|$

$|x \cdot y| = |x| \cdot |y| \qquad (y \neq 0)$

5. $a \in R^{+}$ və

$|f(x)| = a$ isə, $f(x) = a$ və ya $f(x) = -a$

Misal:

$|2x - 3| = 5$

$2x - 3 = 5 \qquad 2x - 3 = -5$

$x = 4 \qquad x = -1$

Cavab $\{-1, 4\}$

6. $|f(x)| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$

Misal: $|3x - 4| \leq 5$ olarsa,

$-5 \leq 3x - 4 \leq 5 \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq x \leq 3$

7. $|f(x)| \geq a$ isə $f(x) \geq a$ və ya $f(x) \leq -a$

Misal: $|4x + 1| \geq 3$

$4x + 1 \geq 3 \qquad 4x + 1 \leq -3$

$4x \geq 2 \qquad 4x \leq -4$

$x \geq 0,5 \qquad x \leq -1$

$x \in (-\infty; -1] \cup [0,5; +\infty)$

8. $A = |x+a| + |x-b|$ ifadəsi maksimum qiymətini $x=a$ və ya $x=b$ qiymətində alır.

$x = a$ üçün $\max(A) = |a - b|$

$x = b$ üçün $\max(A) = |b - a|$

9. $B = |x - a| - |x - b|$ ifadəsi ən kiçik qiymətini $x = a$ olanda, ən böyük qiymətini isə $x = b$ olanda alır.

$x = a$ üçün $\min(B) = -|a - b|$

$x = b$ üçün $\max(B) = |b - a|$

10. $|x-b| = |x-a|$ olarsa, $x = \frac{a+b}{2}$

Üstlü ifadə

$a \in R$ və $n \in Z^{+}$ olduqda a-nın n dəfə öz-özünə hasilinə a-nın n-ci **qüvvəti** deyilir və a^n kimi işarə edilir.

$\underbrace{a \cdot a \cdot a \ldots a}_{n \text{ dəfə}} = a^n$

- Üstlü ifadələr üzərində əməllər:

$ax^n + bx^n - cx^n + dx^n = x^n(a + b - c + d)$

1. Sıfırdan fərqli həqiqi ədədin sıfırıncı qüvvəti 1-dir. Sıfırın sıfırıncı qüvvəti isə qeyri müəyyəndir.

$a^0 = 1 \qquad (a \neq 0)$;

CamScanner ilə skan edilib

Misal: $(12)^0 = 1$, $(1244)^0 = 1$

2. Qüvvəti qüvvətə yüksəldərkən əsas qalır, qüvvət üstləri vurulur.

$(a^k)^m = a^{k \cdot m}$

Misal: $(3^4)^6 = 3^{4 \cdot 6} = 3^{24}$

3. $((a^k)^m)^n = a^{k \cdot m \cdot n}$

Misal: $((5^2)^3)^4 = 5^{2 \cdot 3 \cdot 4} = 5^{24}$

4. Mənfi üstlü qüvvət həmin əsasdan müsbət üstlü qüvvətin tərs qiymətinə bərabərdir.

[illegible] $(a \neq 0)$

Misal: [illegible]

5. [illegible]

Misal: [illegible]

6. Müsbət ədədin hər hansı qüvvəti müsbətdir. Mənfi ədədin isə tək qüvvəti mənfi, cüt qüvvəti müsbətdir.

$a > 0$ və $n \in Z$ üçün

$(-a)^{2n} = a^{2n}$ $\quad (-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$

Misal: • $-2^4 = -16$ $\quad$ • $-3^4 = -81$

• $[(-2^4)^{[illegible]}]^{[illegible]} = -2^{[illegible]}$ $\quad$ • $[(-2^{[illegible]})^{[illegible]}]^{[illegible]} = 2^{[illegible]}$

7. $a^n = 1 \Rightarrow a \neq 0$ və $n = 0$

$\Rightarrow a = 1$ və $n \in R$

$\Rightarrow a = -1$ və n cüt

8. Əsasları eyni olan iki qüvvəti vurduqda əsas olduğu kimi qalır, üstlər toplanır, böldükdə isə birinci qüvvətdən ikinci qüvvət çıxılır. Üstləri eyni olan qüvvətlər vurulduqda və ya böləndükdə əsaslar vurulur və ya bölünür, üstlər isə olduğu kimi qalır.

9. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$3^4 \cdot 3^6 = 3^{10}$

10. $a^m \cdot b^m = (ab)^m$

$3^4 \cdot 6^4 = (3 \cdot 6)^4 = (18)^4$

11. [illegible]

$\frac{7^{14}}{7^4} = 7^{14} \cdot 7^{-4} = 7^{10}$ $\quad \frac{3^{14}}{7^{14}} = \left(\frac{3}{7}\right)^{14}$

12. $a^m : b^m = (a:b)^m$

[illegible]

13. $a \neq 0$, $a \neq 1$, $a \neq -1$ isə

$a^m = a^n \Rightarrow m = n$

CamScanner ilə skan edilib

[illegible]

Misal:

$(3x-4)^7=(2x+6)^7$ isə, $x=?$

$3x-4=2x+6 \Rightarrow x=10$

14. $a^n \cdot b^n \cdot c^n=(a \cdot b \cdot c)^n$

$3^6 \cdot 2^6 \cdot 7^6=(3 \cdot 2 \cdot 7)^6=42^6$

15. $a^n \cdot a^m \cdot a^t=a^{m+n+t}$

Misal: $7^2 \cdot 7^4 \cdot 7^{10}=7^{2+4+10}=7^{16}$

➲ **Köklü ifadə**

$n \in Z^+$ $x^n=a$ tənliyi belə həll olunur.

$x^n=a \Rightarrow x=\sqrt[n]{a}$ və x - ə a-nın n-ci **dərəcədən kökü** deyilir.

☛ Köklü ifadələr üzərində əməllər

1. $\sqrt[n]{a} \in R \Rightarrow \begin{cases} n-\text{tək} \\ n-\text{cüt}, \ a \geq 0 \end{cases}$

$\sqrt[n]{a} \notin R \Rightarrow n$ cüt və $a<0$

2. Rasional qüvvət: $\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}}$, $\sqrt[m]{a}=a^{\frac{1}{m}}$

$\sqrt[3]{16}=\sqrt[3]{2^4}=2^{\frac{4}{3}}=2^3=4$

3. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$ [illegible]

4. $\sqrt[m]{a^m}=a$; m tək

$\sqrt[m]{a^m}=|a|$; m cüt

Misal: $\sqrt[3]{5^3}=5$

$\sqrt[3]{(-2)^3}=-2$

$\sqrt[4]{(-4)^4}=4$

☛ $k \in Z^+$ isə, aşağıdakı münasibətlər doğrudur.

5. $\sqrt[m]{a^n}=\sqrt[m \cdot k]{a^{n \cdot k}}$

Misal: $\sqrt[7]{2^3}=\sqrt[7 \cdot 4]{a^{3 \cdot 4}}=\sqrt[28]{2^{12}}$

6. $\sqrt[m]{a^n}=\sqrt[m \cdot k]{a^{n \cdot k}}$

Misal: [illegible]

7. $\sqrt[m]{a^{mp} \cdot c}=a^p \cdot \sqrt[m]{c}$

$a^p \cdot \sqrt[m]{c}=\sqrt[m]{a^{mp} \cdot c}$

CamScanner ilə skan edilib

8. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

9. $\sqrt[m]{a\sqrt[n]{b\sqrt[p]{c}}} = \sqrt[m \cdot n \cdot p]{a^{n \cdot p} \cdot b^{p} \cdot c}$

10. $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[p]{a}\cdot\sqrt[k]{a}$ [illegible]

11. $\underbrace{\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a \ldots \sqrt{a}}}}}_{n \text{ dəfə}} = a^{\frac{2^n-1}{2^n}}$

Misal: $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}} = 3^{\frac{2^4-1}{2^4}} = 3^{\frac{15}{16}}$

12. Mürəkkəb kvadrat kökalma düsturu

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$$

13. $\sqrt{m+n \pm 2\sqrt{m \cdot n}} = \sqrt{m} \pm \sqrt{n}$ $(m > n > 0)$

$\sqrt{A + 2\sqrt{B}}$; $A = m + n$; $B = m \cdot n$

Misal:

$\sqrt{7+2\sqrt{12}} = \sqrt{4+3+2\sqrt{3\cdot 4}} = \sqrt{4}+\sqrt{3} = 2+\sqrt{3}$

$\sqrt{8+2\sqrt{15}} = \sqrt{3+5+2\sqrt{5\cdot 3}} = \sqrt{5}+\sqrt{3}$

☞ $\sqrt{7-2\sqrt{6}} = \sqrt{6+1-2\sqrt{6}} = \sqrt{6}-\sqrt{1}$

☞ $\sqrt{7-2\sqrt{10}} = \sqrt{5+2-2\sqrt{5\cdot 2}} = \sqrt{5}-\sqrt{2}$

14. Sonsuz köklər: $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\ldots}}} = a$

Misal: $\sqrt{6\sqrt{6\sqrt{6\ldots}}} = 6$

15. $\sqrt[n]{a\sqrt[n]{a\sqrt[n]{a\ldots}}} = \sqrt[n-1]{a}$

Misal:

$\sqrt[3]{625\sqrt[3]{625\sqrt[3]{625\ldots}}} = \sqrt{625} = 25$

16. $\sqrt[n]{a:\sqrt[n]{a:\sqrt[n]{a\ldots}}} = \sqrt[n+1]{a}$

Misal: $\sqrt[3]{4:\sqrt[3]{4:\sqrt[3]{4\ldots}}} = \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{2^2} = \sqrt{2}$

17. $\sqrt{a \pm \sqrt{a \pm \ldots}} = \frac{\sqrt{4a+1} \pm 1}{2}$

Misal:

☞ $\sqrt{12+\sqrt{12+\sqrt{12\ldots}}} = \frac{\sqrt{4\cdot 12+1}+1}{2} = 4$

CamScanner ilə skan edilib

☞ $\sqrt{30-\sqrt{30-\sqrt{30...}}} = \frac{\sqrt{4\cdot30+1}-1}{2} = 5$

18. a ardıcıl iki müsbət ədədin hasili isə, yə'ni a=n(n+1) olarsa,

$$\sqrt{a+\sqrt{a+\sqrt{a...}}} = n+1$$

$$\sqrt{a-\sqrt{a-\sqrt{a...}}} = n$$

Misal:

12= 3 · 4 isə, $\sqrt{12+\sqrt{12+\sqrt{12...}}} = 4$ olar.

30= 5 · 6 isə, $\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30...}}} = 6$ olar.

20= 4 · 5 isə, $\sqrt{20-\sqrt{20-\sqrt{20...}}} = 4$ olar.

☞ **Bə'zi köklü ifadələrin qoşması**

p	q	p q
$\sqrt[n]{a^k}$	$\sqrt[n]{a^{n-k}}$	a
$\sqrt{a}-\sqrt{b}$	$\sqrt{a}+\sqrt{b}$	a − b
$\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}$	$\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}$	a − b
$\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}$	$\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}$	a + b

19. $$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$$

☞ $$\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} = \frac{\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)} = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{5}$$

☞ $$\frac{6}{\sqrt{11}+\sqrt{5}} = \frac{6\cdot\left(\sqrt{11}-\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{11}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{11}-\sqrt{5}\right)} = \frac{6\cdot\left(\sqrt{11}-\sqrt{5}\right)}{6} = \sqrt{11}-\sqrt{5}$$

☞ $$\frac{7}{\sqrt{17}-\sqrt{10}} = \frac{7\cdot\left(\sqrt{17}+\sqrt{10}\right)}{\left(\sqrt{17}-\sqrt{10}\right)\left(\sqrt{17}+\sqrt{10}\right)} = \frac{7\cdot\left(\sqrt{17}+\sqrt{10}\right)}{7} = \sqrt{17}+\sqrt{10}$$

CamScanner ilə skan edilib

- Məxrəci $\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b}$ şəklində olan ifadənin surət və məxrəci $\sqrt[3]{a^2} \mp \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$ ifadəsinə vurulur:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b}} = \frac{\sqrt[3]{a^2} \mp \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}{(a \pm b)}$$

Misal:

$$\frac{7}{\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{2}} = \frac{7 \cdot \left(\sqrt[3]{5^2} - \sqrt[3]{5 \cdot 2} + \sqrt[3]{2^2}\right)}{(5+2)} =$$

$$= \sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{3 \cdot 2} + \sqrt[3]{2^2}}{3-2} =$$

$$= \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}$$

Vuruqlara ayırma

Düsturlar

İ k i h^n ± y^n a

1. $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

Misal:

$9x^2 - 4y^2 = (3x - 2y)(3x + 2y)$

$a^2 - 9 = (a - 3)(a + 3)$

$a^2 - b = \left(a - \sqrt{b}\right) \cdot \left(a + \sqrt{b}\right)$

$a^2 - 3 = \left(a - \sqrt{3}\right) \cdot \left(a + \sqrt{3}\right)$

2. $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

3. $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

Misal:

$27 - a^3 = (3)^3 - a^3 = (3 - a)(9 + 3a + a^2)$

$8y^3 - 27 = (2y)^3 - (3)^3 = (2y-3)(4y^2+6y+9)$

$x^3y^3z^3 - 1 = (x \cdot y \cdot z - 1)(x^2y^2z^2+xyz+1)$

$64a^3 - 125b^3 = (4a-5b)(16a^2+20ab+25b^2)$

$x^5 - y^5 = (x - y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)$

$x^5 + y^5 = (x+y) \cdot (x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4)$

$x^8 - y^8 = (x - y)(x^7 + x^6y + x^5y^2 + x^4y^3 +$

$+ x^3y^4 + x^2y^5 + xy^6 + y^7)$

Nəticə:

$x^n - y^n = (x-y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + \ldots + xy^{n-2} + y^{n-1})$

n - tək isə

$x^n + y^n = (x+y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + \ldots - xy^{n-2} + y^{n-1})$

3. $x^2 + (m + n)x + m \cdot n = (x + m)(x + n)$

$x^2 - (m + n)x + m \cdot n = (x - m)(x - n)$

$x^2 + (m - n)x - m \cdot n = (x + m)(x - n)$

Misal:

$x^2 + 11x + 24 = (x + 3)(x + 8)$

$x^2 - 6x - 27 = (x - 9)(x + 3)$

CamScanner ilə skan edilib

☞ $x^2 + 8x - 33 = (x + 11)(x - 3)$

☞ $x^2 + 8x + 12 = (x + 2)(x + 6)$

4. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Misal:

☞ $(3x + 2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2$

☞

5. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
6. $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
7. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
8. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
9. $ax + bx + ay + by = x(a + b) + y(a + b)$

$= (a + b)(x + y)$

Misal:

☞ $6a^2 + 3ab - 2ax - xb$

$3a(2a + b) - x(2a + b) = (2a - b)(3a - x)$

☞ $a^4 + 7a^2 + 16$ ifadəsini vuruqlara ayırın.

$a^4 + 7a^2 + 16 + a^2 - a^2 =$

$= a^4 + 8a^2 + 16 - a^2 = (a^2 + 4)^2 - a^2 =$

$= (a^2 + 4 - a)(a^2 + 4 + a) = (a^2 - a + 4)(a^2 + a + 4)$

10. $(a \pm b)^n$ -nin açılışı

n=0 ...... $(a \pm b)^0$ ...... 1 ......

n=1 ...... $(a \pm b)^1$ ...... 1 .. 1 ......

n=2 ...... $(a \pm b)^2$ ...... 1 .. 2 .. 1 ......

n=3 ...... $(a + b)^3$ ...... 1 .. 3 .. 3 .. 1

n=4 ...... $(a \pm b)^4$ ...... 1 .. 4 .. 6 .. 4 .. 1 ...

n=5 ...... $(a + b)^5$ ...... 1 .. 5 .. 10 .. 10 .. 5 ... 1 .

$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

$(a - b)^6 = a^6 - 6a^5b + 15a^4b^2 - 20a^3b^3 +$

$+ 15a^2b^4 - 6ab^5 + b^6$

☞ Bə'zi əhəmiyyətli çevirmələr

11. $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

12. $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$

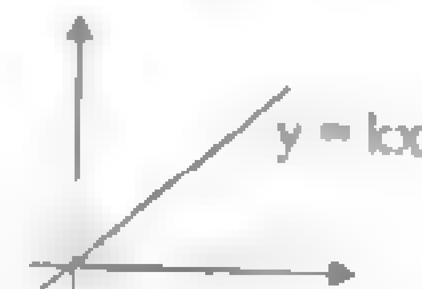
13. $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

14. $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

15. $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

➲ Nisbət və Tənasüb

☞ Asılı iki kəmiyyətdən birinin artması (azalması) ilə o biri də artarsa (azalarsa), belə mütənasibliyə düz mütənasiblik deyilir. Düz mütənasib kəmiyyətlərin nisbətləri sabitdir.



$(k > 0)$

☞ Asılı iki kəmiyyətdən birinin artması (azalması) ilə o biri azalarsa (artarsa), belə mütənasibliyə tərs mütənasiblik deyilir

CamScanner ilə skan edilib

Tərs mütənasib kəmiyyətlərin hasilləri sabitdir.



$(k > 0)$

$\frac{a}{b}$ kəsrinə a-nın b-yə nisbəti deyilir $(b \neq 0)$

$\frac{a}{b}$ və $\frac{c}{d}$ kimi iki nisbətin bərabərliyinə **tənasüb** deyilir.

- Tənasübün xassələri

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ tənasübü üçün aşağıdakı xassələr doğrudur:

1. b və c-yə orta hədlər, a və d-yə kənar hədlər deyilir.

   a : b = c : d

   orta

   kənar

2. a·d = b·c (orta və kənar hədd hasilləri bərabərdir)

3. $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ (orta hədlər yerini dəyişir)

4. $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ (kənar hədlər yerini dəyişir)

5. $\frac{ma}{mb} = \frac{nc}{nd}$ $(m, n \neq 0)$

6. $\frac{a:m}{b:m} = \frac{c:n}{d:n}$ $(m, n \neq 0)$

7. $\frac{ma \pm nc}{mb \pm nd} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $(m, n \neq 0)$

8. $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ və ya $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

9. $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

10. $\frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = k^2 \Rightarrow \frac{a^2+c^2}{b^2+d^2} = k^2$

CamScanner ilə skan edilib

11. $\frac{a+c}{b+d} = k$

Ədədi orta (Ə.O)

1. İki ədədin ədədi ortası:

$$A = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

Misal:

8 və 10 ədədlərinin ədədi ortasını tapın.

$$Ə.O = \frac{8+10}{2} = 9$$

2. Üç ədədin ədədi ortası:

$$A = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{2}$$

Misal:

10, 12, -6 ədədlərinin ədədı ortasını tapın.

$$Ə.O = \frac{10+12-6}{3} = \frac{16}{3}$$

3. n ədədinin ədədı ortası:

$$A = \frac{x_1 + x_2 ... + x_n}{n}$$

Həndəsi orta (G)

1. İki ədədin həndəsi ortası:

$$G = \sqrt{x_1 \cdot x_2}$$

Misal:

9 və 4 ədədlərinin həndəsi ortasını tapın.

$$G = \sqrt{9 \cdot 4} = \sqrt{36} = 6$$

2. Üç ədədin həndəsi ortası:

$$G = \sqrt[3]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3}$$

Misal:

3, 9, 1 ədədlərinin həndəsi ortasını tapın.

$$G = \sqrt[3]{1 \cdot 3 \cdot 9} = \sqrt[3]{27} = 3$$

3. n ədədin həndəsi ortası:

$$G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \cdots \cdot x_n}$$

CamScanner ilə skan edilib

Bir dərəcəli tənliklər

Bir dərəcəli bir məchullu tənliklər

$ax + b = 0$ şəklində tənliyə bir dərəcəli bir məchullu tənlik deyilir. Burada x-dəyişən, a və b isə mə'lumlardır.

- Bu tip tənliyin həllinin varlığı üçün aşağıdakı şərtlər vardır:

i. $a \neq 0$ üçün $ax + b = 0$ tənliyinin yeganə

$x = -\frac{b}{a}$ kökü var.

ii. $a = 0$ və $b = 0$ üçün tənliyin kökü $(-\infty; +\infty)$
Yə'ni $x \in R$-dır.

iii. $a = 0$ və $b \neq 0$ üçün tənliyin həlli yoxdur.
Yə'ni $x \notin R$-dır.

Bir dərəcəli iki məchullu tənliklər

Tənliyin ümumi forması belədir.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 & (I) \\ a_2x + b_2y = c_2 & (II) \end{cases}$$

Burada a_1, b_1, a_2, b_2, c_1, c_2 verilən həqiqi ədədlərdir.
Bu sistemin həllinin varlığı üçün aşağıdakı şərtlər vardır:

1. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ olduqda, sistemin sonsuz sayda həlli vardır.

Misal: $\begin{cases} 8x + 6y = 10 \\ 4x + 3y = 5 \end{cases}$

$$\frac{8}{4} = \frac{6}{3} = \frac{10}{5} = 2$$

Sistemin sonsuz sayda həlli var.

2. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ olduqda, sistemin həlli yoxdur

3. $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ olduqda, sistemin yeganə həlli vardır

Sistemin həlli üsulları

- Əvəzetmə üsulu
1. (I) və (II) - də y-lər tapılır.
2. y-lər bərabərləşir və buradan x tapılır.
3. Buradan x-in qiymətini (I) və ya (II) də yerinə yazılaraq y tapılır.

CamScanner ilə skan edilib

$$(I) - \quad y = \frac{c_1 - a_1x}{b_1} \qquad \frac{c_1 - a_1x}{b_1} = \frac{c_2 - a_2x}{b_2}$$

$$(II) - \quad y = \frac{c_2 - a_2x}{b_2}$$

- Toplama üsulu

1. x və ya y - dən birinin əmsalları bərabərləşir.
2. Tərəf-tərəfə çıxmaqla əmsalları eyni olan dəyişənlər yox edilir.
3. Dəyişənlərdən biri tapılır və (I) və ya (II) də yerinə yazılaraq o biri dəyişən tapılır:

$$b_2 \, | \, a_1x + b_1y = c_1$$
$$b_1 \, | \, a_2x + b_2y = c_2$$

$$\begin{cases} a_1b_2x + b_1b_2y = c_1b_2 \\ a_2b_1x + b_2b_1y = c_2b_1 \end{cases}$$

$$x = \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \qquad y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

Tənlik qurmaq üsulu ilə məsələlərin həlli

Yaş məsələləri

- İki adamın arasındakı yaş fərqi zaman keçdikcə dəyişməz.
- İki adamın yaşları cəmi t ildən sonra 2t qədər artar.
- Bir adamın yaşı x olarsa t ildən sonra yaşı x+ t, t il öncəki yaşı isə x-t olar.
- n sayda adamın yaşlarının cəmi x olarsa, t ildən sonra yaşlarının cəmi x+nt, t il əvvəlki yaşlarının cəmi isə x-nt olar.

Saat məsələləri

Saat və dəqiqə əqrəbi arasındakı bucaq

$\hat{x} = \frac{11d - 60S}{2}$ düsturu ilə ölçülür.

Burada d-dəqiqə, S-saat, x-dəqiqə və saat əqrəbləri arasında qalan bucaqdır. Aşağıdakıları bilmək vacibdir.

- Saat çevrəsi 12 bərabər hissəyə bolunur.
- Hər hissə yenidən 5 bərabər hissəyə bölünür.

CamScanner ilə skan edilib

- Saat çevrəsi $5\cdot12 = 60$ bərabər hissəyə ayrılmışdır. Bu bölmələrin hər biri 1 dəqiqəni göstərir.

- Bir dəqiqə $\frac{360^0}{60} = 6^0$-lik mərkəzi bucağa uyğundur.

- Dəqiqə əqrəbi 60 dəqiqə getdikdə, saat əqrəbi 5 bölmə gedir.

- Saat əqrəbi 1 bölmə getdikdə, dəqiqə əqrəbi $\frac{60^0}{5} = 12$ dəqiqə gedir.

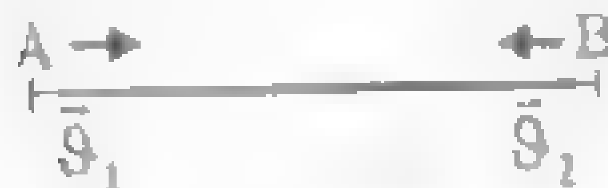
Hərəkət məsələləri

- S : Yol, V: Sür'ət, t: zaman, qəbul edək. Onda,

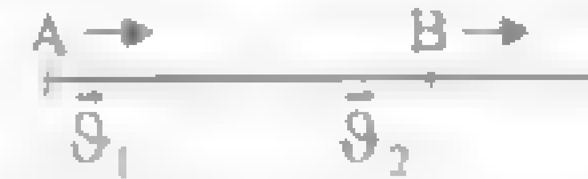
$$S = V\cdot t, \qquad V = \frac{S}{t}, \qquad t = \frac{S}{V}$$

- Sür'ət ilə yol düz, sür'ət ilə zaman tərs mütənasibdir.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_1}{S_2}, \qquad \frac{V_1}{V_2} = \frac{t_2}{t_1}$$



İki cisim eyni zamanda qarşı-qarşıya hərəkət etməyə başlayırsa, $t = \frac{x}{\vartheta_1 + \vartheta_2}$ olar. AB = x



Bu cisimlər eyni istiqamətdə hərəkət etdikləri zaman isə $t = \frac{x}{|\vartheta_1 - \vartheta_2|}$

- Orta Sür'ət V:

$$V_0 = \frac{\text{Bütün yolların cəmi}}{\text{Bütün zamanların cəmi}}$$

- Yolun birinci yarısı V_1 sür'ətlə, o biri yarısı isə V_2 sür'ətlə gedilərsə, orta sür'ət

$V_0 = \frac{2V_1V_2}{V_1 + V_2}$ olar.

- Çevrə üzrə hərəkət;



$V_1 + V_2 = \frac{S}{t}$ — Eyni anda əks istiqamətdə

$V_1 - V_2 = \frac{S}{t}$ — Eyni anda eyni istiqamətdə

CamScanner ilə skan edilib

İşçi-hovuz məsələləri

- Bir iş a saata görülərsə, 1 saatda işin $\frac{1}{a}$ hissəsi görülür.

- Bir işi I işçi a saata, II işçi b saata, ikisi birlikdə x saata görərsə, onda,

  $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{x}$ doğrudur və ya $x=\frac{a\cdot b}{a+b}$

Misal:
Bir işi I fəhlə 4 günə, II fəhlə 6 günə qurtarır. İkisi bu işi neçə günə qurtarar?

$$x=\frac{6\cdot 4}{6+4}=\frac{12}{10}=1{,}2 \text{ günə}$$

- Boş bir hovuzu 1-ci boru a saatda, 2-ci boru b saatda doldurur. İki boru eyni anda açılarsa hovuz x saatda dolar.

  $$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{x} \quad \Rightarrow x=\frac{ab}{a+b}$$

- Boş bir hovuzu 1-ci boru a saatda doldurar, 2-ci boru b saatda boşaldar. İki boru eyni anda açılarsa hovuz x saatda dolar.

  $$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{x} \quad \Rightarrow x=\frac{ab}{b-a}$$

- Boş bir hovuzu 1-ci boru a saatda və 2-ci boru b saatda doldurur, 3-cü boru isə dolu hovuzu c saatda boşaldır. Üç boru eyni anda açılarsa hovuz x saatda dolar. Onda,

  $$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{c}=\frac{1}{x} \qquad x=\frac{a\cdot b\cdot c}{b\cdot c+a\cdot c-a\cdot b}$$

  doğrudur

Məsələ.

1 I boru boş hovuzu 6 saatda, II boru 8 saatda doldurur. Hər iki boru eyni anda açılarsa hovuz neçə saata dolar?

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{x} \qquad x=\frac{a\cdot b}{a+b}=\frac{6\cdot 8}{6+8}=\frac{24}{7}$$

2 Boş hovuzu I boru 8 saatda doldurar, II boru dolu hovuzu 10 saatda boşaldar. İki boru eyni anda açılarsa hovuz neçə saatda dolar?

$$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{x} \qquad x=\frac{a\cdot b}{b-a}=\frac{8\cdot 10}{10-8}=\frac{80}{2}=40$$

Cavab: x = 40 saatda dolar.

CamScanner ilə skan edilib

Çoxhədlilər

- **Çoxhədli:** $n \in N$ və $a_0, a_1, a_2, ..., a_n \in R$ olmaqla $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + ... + a_1 x + a_0$ ifadəsinə n dərəcəli həqiqi əmsallı **çoxhədli** deyilir.

- $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + ... + a_1 x + a_0$ ifadəsində, $a_n, a_{n-1}, ..., a_1, a_0$ çoxhədlinin əmsalları;

  n - çoxhədlinin dərəcəsi

  a_n - çoxhədlinin ən böyük dərəcəsinin əmsalı,

  a_0 - çoxhədlinin sərbəst həddidir.

Misal:

- $P(x) = 6x^5 + 3x^3 - 6x + 7$

  Çoxhədlisinin dərəcəsi 5,

  Sərbəst həddi 7-dır.

- $P(x.y) = 7x^6y^2 + 6x^3y^7 + 4x^2y - 12$

  Çoxhədlisinin dərəcəsi $(3 + 7) = 10$,

  Sərbəst həddi (-12)-dır.

Misal: $\left(\frac{3}{2}a^2b^4\right)^4$ birhədlisinin qüvvəti ilə əmsalının hasilini tapın.

- $\left(\frac{3}{2}a^2b^4\right)^4 = \frac{81}{16}a^8b^{16}$

  Qüvvəti $(16 + 8) = 24$

  Əmsalı $\frac{81}{16}$

- $\frac{81}{16} \cdot 24 = \frac{243}{2}$ dır.

- **Sabit çoxhədli**

  $P(x) = a_0$ $(a_0 \in R)$ çoxhədlisinə **sabit çoxhədli** deyilir. Sabit çoxhədlinin dərəcəsi sıfırdır. $P(x) = a_0x^0$,

- Çoxhədlilərin tək quvvətli əmsalları cəmi

  $P_T = \frac{P(1) - P(-1)}{2}$, [illegible]

  cəmi $P_C = \frac{P(1) + P(-1)}{2}$ düsturu ilə hesablanır.

- **Sərbəst hədd**

  Çoxhədlinin sərbəst həddini tapmaq üçün dəyişənə "0" qiymətini vermək lazımdır. Yə'ni P(x)-in sərbəst həddi P(0)-dır.

- **İki çoxhədlinin bərabərliyi**

  İki çoxhədli bərabər isə onların eyni qüvvətli əmsalları bərabərdir.

  $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_2x^{n-2} + ... + a_1x + a_0$

  $Q(x) = b_n x^n + b_{n-1}x^{n-1} + b_2x^{n-2} + ... + b_1x + b_0$

  olsun. Əgər P(x)=Q(x) isə,

  $a_n = b_n$, $a_{n-1} = b_{n-1}$, ... $a_1 = b_1$, $a_0 = b_0$-dır.

CamScanner ilə skan edilib

- **Çoxhədlilərin toplanması və çıxılması**

[illegible] dərəcələrin əmsalları islah olunur.

[illegible]

m olar.

- **Çoxhədlilərin vurulması və bölünməsi**

[illegible] $= m-n$ olar. [illegible] $P(x) = Q(x) \cdot R(x) + K(x)$ yazmaq olar. Bu halda aşağıdakı [illegible]

[illegible]

- **Klassik Bölmə**

Misal: $x^4 - 3x^2 + 2 \mid x^2 - 3$ [illegible]

[illegible]

$-9x+11$

[illegible]

P(x)	Q(x)	R(x)	K(x)
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

- **Horner usulu**

[illegible]

1⁰. [illegible]

2⁰. [illegible]

3⁰. [illegible] yerində yazılır.

4⁰. [illegible]

5⁰. a qiyməti baş həddə vurularaq sonrakı [illegible] əmsallar üçün yerinə yetirilir.

6⁰. [illegible] verir.

- $P(x)$ çoxhədlisinin $(x-a)$-ya bölünməsindən alınan qalıq $P(a)$ - dır.
  $P(x) = (x - a) \cdot Q(x) + K(x)$
  $x = a$ üçün $P(a) = K(a)$ (sabit)

- $P(x)$ çoxhədlisini $(x - a)^n$ bölünməsindən alınan qalıq $K(x)$ isə, $P(x)$-in $(x - a)$-ya bölünməsindən alınan qalıq $K(a)$-dır.
  $P(a) = (a-a)^n \cdot Q(a) + K(a)$
  $P(a) = K(a)$

Törəmə alma üsulu

- $P(x)$ çoxhədlisinin $(x-a)^n$-ə bölünməsindən alınan qalıq sıfır isə, $P(a) = 0$, $P^{(1)}(a) = 0$, $P^{(2)}(a) = 0$, $P^{(n-1)}(a) = 0$ olar.
- $P(x)$-in $x-a$-ya bölünməsindən alınan qismət $Q(x)$, qalıq K_1, $Q(x)$ çoxhədlisinin $(x-b)$-yə bölünməsindən alınan qalıq K_2-isə $P(x)$-in $(x-a)\cdot(x-b)$-yə bölünməsindən alınan qalıq:
  $K(x) = (x - a)K_2 + K_1$ olar.

- $P(ax + b)$ çoxhədlisinin $mx + n$ ikihədlisinə bölünməsindən alınan qalıq:

$$P\left(a\cdot\left(-\frac{n}{m}\right)+b\right) = P\left(-\frac{ar}{m}+b\right)$$

- $P(ax + b)$ çoxhədlisinin sərbəst həddi $P(b)$-dir.
- $P(ax + b)$ çoxhədlisinin əmsalları cəmi $P(a + b)$-dır.

Çoxhədlilərdə ƏBOB və ƏKOB

Çoxhədlilərin ƏKOB və ƏBOB-nu tapmaq üçün aşağıdakı qaydaları bilmək lazımdır.

- Çoxhədlilər vuruqlara ayrılır.
- Ortaq vuruqlardan ən kiçik üstlülərin hasilini götürüb ƏBOB tapılır.
- Ortaq olan vuruqların ən böyük üstlülərin və ortaq olmayan vuruqların hasilindən ƏKOB tapılır.

$P(x) = x^3 - 4x$, $Q(x) = x^4 - x^3 - 2x^2$

1. $P(x) = x^3 - 4x = x(x-2)(x+2)$
   $Q(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 = x^2(x-2)(x+1)$
2. ƏBOB: $x(x-2) = x^2 - 2x$
3. ƏKOB: $x^2(x - 2)(x + 2)(x + 1) =$
   $= x^5 + x^4 - 4x^3 - 4x^2$

II və III dərəcəli tənliklər

2 dərəcəli tənliklər $a, b, c \in R$ və $a \neq 0$ olmaqla $ax^2 + bx + c = 0$ ifadəsinə **2 dərəcəli bir dəyişənli** tənlik deyilir.

Diskriminant

$D = b^2 - 4ac$ ifadəsinə bu tənliyin diskriminantı deyilir. Diskriminantın köməyi ilə bu tənliyin kökləri belə tapılır.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \quad \text{və} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

CamScanner ilə skan edilib

➲ **Yarıya bölmə düsturu:**
$ax^2 + bx + c = 0$ tənliyində b cüt ədəd olarsa, onda köklər belə tapılır:

$$D_1 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac; \quad x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{D_1}}{a} = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}$$

➲ **Əmsallar üzərində əməllər:**
$ax^2 + bx + c = 0$ tənliyində

i. $a + b + c = 0$ isə, köklər

$x_1 = 1; \qquad x_2 = \frac{c}{a}$

ii. $a - b + c = 0$ isə köklər

$x_1 = -1; \qquad x_2 = -\frac{c}{a}$

iii. $c = 0$ isə, köklər:

$x_1 = 0; \qquad x_2 = -\frac{b}{a}$

iv. $b = 0$ isə, köklər:

$x_1 = +\sqrt{-\frac{c}{a}}$ və $x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$

Bu zaman deyirlər ki, tənliyin 2 simmetrik kökü var. Əgər.
$a \cdot c \le 0$ isə, simmetrik köklər həqiqi,
$a \cdot c > 0$ isə, simmetrik köklər kompleksdir

v. $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$ və
$a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$ tənliklərinin eyni kökü olması üçün $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ olmalıdır.

➲ **Köklərin varlığı**

$ax^2 + bx + c = 0$ tənliyinin $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ köklərinin varlığı D (diskriminant)dan asılıdır.

i. $D \ge 0$ olduqda, tənliyin həqiqi kökləri vardır.

- $D > 0$ isə tənliyin 2 müxtəlif kökü vardır və onlar belə tapılır: $x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$,

$x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$

$D = 0$ olduqda isə tənliyin bir (iki bərabər) kökü var və belə tapılır: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

ii. $D < 0$ olduqda tənliyin həqiqi kökləri olmur və ancaq kompleks kökləri olur.

➲ **Köklər və əmsallar arasındakı asılılıq**

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ **və** $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$

olduqda, aşağıdakılar doğrudur:

CamScanner ilə skan edilib

- $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$;
- $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c}$;
- $\frac{1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{a}{c}$
- $x_1^2 + x_2^2 = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$
- $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{b^2 - 2ac}{c^2}$;
- $x_1^3 + x_2^3 = \frac{-b^3 + 3abc}{a^3}$;

$\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} = \frac{-b^3 + 3abc}{c^3}$,

$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{D}}{|a|}$; $\quad x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 = \frac{-bc}{a^2}$

Bə'zi düsturlar:

- $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (x_1 - x_2)^2 + 2x_1x_2$
- $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$
- $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$
- $x_1^3 - x_2^3 = (x_1 - x_2)^3 + 3x_1x_2(x_1 - x_2)$

Köklərinə görə 2 dərəcəli tənliyin qurulması

Kökləri x_1 və x_2 olan 2 dərəcəli tənliyi belə qurmaq olar:

$(x - x_1)(x - x_2) = 0$

$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ $\quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

Misal 1:

Kökləri 4 və 5 olan 2 dərəcəli tənliyi qurun.

$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$

$x_1 = 4$ və $x_2 = 5$

$x^2 - (4 + 5)x + 5 \cdot 4 = 0$

$x^2 - 9x + 20 = 0$

Misal 2:

Kökləri $2 + \sqrt{3}$ və $2 - \sqrt{3}$ olan 2 dərəcəli tənliyi qurun.

$x_1 = 2 + \sqrt{3}$ və $x_2 = 2 - \sqrt{3}$

$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$

$x^2 - (2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3})x + (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 0$

$x^2 - 4x + 1 = 0$

3 dərəcəli tənlikdə köklər və əmsallar arasında asılılıq

$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ tənliyinə ($a \neq 0$, a, b, c, d $\in R$) üçüncü dərəcəli tənlik deyirlər. Bu tənliyin kökləri x_1, x_2, x_3 olduqda aşağıdakı bərabərliklər doğrudur.

CamScanner ilə skan edilib

☞ $x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$

☞ $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = \frac{c}{a}$

☞ $x_1x_2x_3 = -\frac{d}{a}$

☞ $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -\frac{c}{d}$

☞ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$

☞ $\frac{1}{x_1x_2} + \frac{1}{x_1x_3} + \frac{1}{x_2x_3} = -\frac{b}{d}$

☞ $\frac{x_3}{x_1x_2} + \frac{x_2}{x_1x_3} + \frac{x_1}{x_2x_3} = \frac{2ac - b^2}{ad}$

Əgər x_1, x_2, x_3 kökləri ədədi silsilə əmələ gətirərsə onda aşağıdakılar doğrudur.

☞ $\frac{x_1 + x_3}{2} = x_2 \Rightarrow x_1 + x_3 = 2x_2$

☞ $x_2 = -\frac{b}{3a}$

Həndəsi silsilə olarsa,

$\sqrt{x_1x_3} = x_2 \Rightarrow x_1x_3 = x_2^2$

$x_2 = \sqrt[3]{-\frac{d}{a}}$

Qeyd: *n dərəcəlidən tənliyin kökləri cəmi* $-\frac{b}{a}$ *hasili isə* $(-1)^n \frac{\text{sərbəst hədd}}{a}$ *olar*

Məsələn: $5x^{14} - 4x^{13} + 3x^2 - 10 = 0$ üçün.

$x_1 + x_2 + \dots + x_{14} = -\frac{-4}{5} = \frac{4}{5}$

$x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_{14} = (-1)^{14} \cdot \frac{-10}{5} = -2$ olar

CamScanner ilə skan edilib

Parabolanın qrafiki

$y = ax^2 + bx + c$ funksiyasının qrafiki çəkilərkən

1) a-nın vəziyyətinə baxılır

- $a > 0$ isə parabolanın qolları yuxarıya doğru olur.
- $a < 0$ isə parabolanın qolları aşağıya doğru olur.

2) [illegible]

T.N.(Təpə nöqtəsi)

$$T.N.\left(\frac{-b}{2a}; \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$$

3) [illegible]

$x = 0$ üçün y oxunu kəsdiyi nöqtələr

$y = 0$ üçün x oxunu kəsdiyi nöqtələr.

- Parabola y oxunu A(0,c) nöqtəsində kəsir. $c=0$ olduqda parabola koordinat başlanğıcından keçir
- $ax^2 + bx + c = 0$ ifadəsində $D = b^2 - 4ac$

A) $D > 0$ isə, parabola x oxunu iki nöqtədə kəsir.

B) $D = 0$ isə, parabolanın qrafiki x oxuna toxunandır

C) $D < 0$ isə, parabolanın qrafiki x oxunu kəsməz.

Misal:

$y = f(x) = x^2 + 2x - 3$ funksiyasının qrafikini çəkin.

Həlli: $y = x^2 + 2x - 3$ üçün

1) $a>0$ olduğundan qollar yuxarıya doğru yönəlir

2) $T.N.\left(\frac{-b}{2a}; \frac{4ac-b^2}{4a}\right) = \left(\frac{-2}{2\cdot 1}; \frac{4\cdot 1\cdot(-3)-2^2}{4\cdot 1}\right)$

$=(-1; -4)$

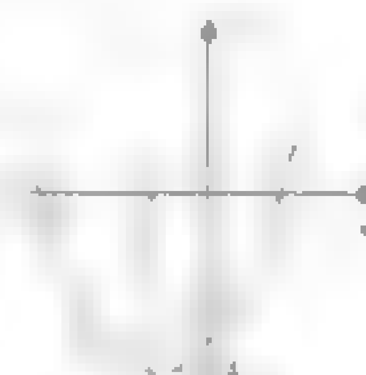
3) $x = 0$ üçün $y = -3$

$y = 0$ üçün $x^2 + 2x - 3 = 0$

$(x + 3)(x - 1) = 0$

$x_1 = -3, \quad x = 1$

Parabola (0; -3), (-3; 0) və (1; 0) nöqtələrindən keçir.



Misal: $y = f(x) = x^2 - 4x + 5$ funksiyasının qrafikini çəkin.

Həlli: $y = x^2 - 4x + 5$ parabolasında



1) $a > 0$ olduğu üçün parabolanın qolları yuxarıya doğru yönəlir.

2) T.N. (2; 1)

3) $x = 0$ üçün $y = 5$

$y = 0$ üçün $x^2 - 4x + 5 = 0$

$D = b^2 - 4ac < 0$

Parabola x oxunu kəsmir.

Parabola (0; 5) nöqtəsindən keçər.

Xüsusi hallar;

1. $y = ax^2$ üçün T.N. (0; 0)
2. $y = ax^2 + c$ üçün T.N. (0; c)

CamScanner ilə skan edilib

3. $y = a(x - r)^2$ üçün T.N. $(r; 0)$

4. $y = a(x - r)^2 + k$ üçün T.N. $(r; k)$

5. Parabolanın ən böyük və ya ən kiçik qiyməti $k = \dfrac{4ac - b^2}{4a}$ dır.

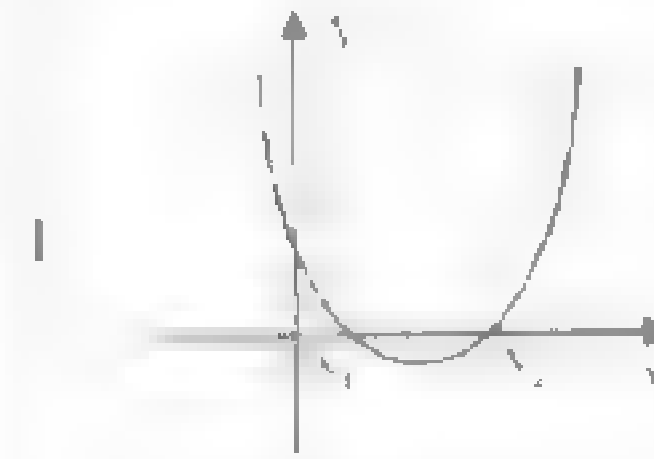
6. $a > 0$ olarsa parabolanın qrafiki ∪ şəklində olduğundan onun ən kiçik qiyməti vardır. Parabola aşağıdan məhduddur. Üstdən məhdud deyildir. Parabolanın ən kiçik qiyməti

$$y = k = \frac{4ac - b^2}{4a} \text{ dır.}$$

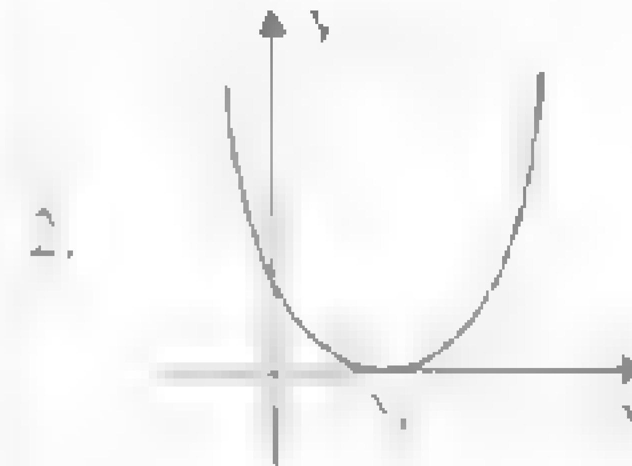
7. $a < 0$ üçün parabolanın qrafiki ∩ şəklində olduğundan parabola ən böyük qiymətini alır. Parabola üstdən məhduddur. Aşağıdan isə məhdud deyil. Parabolanın ən böyük qiyməti

$$y = k = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

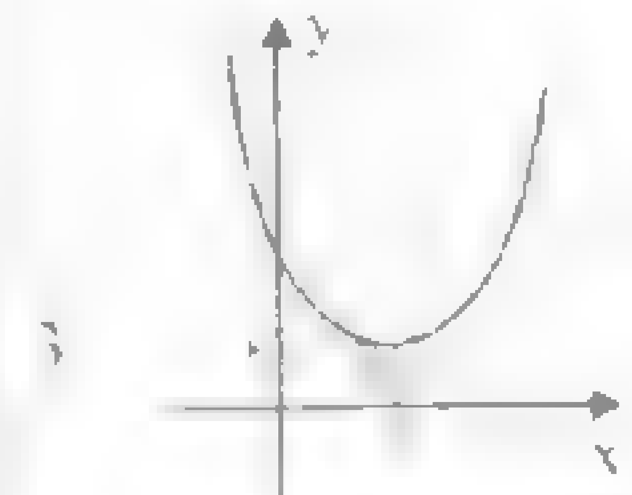
➲ **Qrafiki verilən parabolanın tənliyi**

1. 

$y = a.(x - x_1)(x - x_2)$

2. 

$y = a(x - x_1)^2$

3. 

$y = a(x - r)^2 + k$

Misal: Qrafiki şəkildə verilən parabolanın tənliyini tapın.

$x_1 = 2$, $x_2 = 3$ və parabolanın $(0; 6)$ nöqtəsindən keçdiyini nəzərə alsaq,

$y = a(x - 2)(x - 3)$

$6 = a(0 - 2)(0 - 3)$

$a = 1$

$y = f(x) = (x - 2)(x - 3)$

$f(x) = x^2 - 5x + 6$ olar.



CamScanner ilə skan edilib

- **Parabola ilə düz xəttin qarşılıqlı vəziyyəti**
- $y = ax^2 + bx + c$ parabolası ilə $y = mx + n$ düz xəttinin qarşılıqlı vəziyyəti :
  $ax^2 + bx + c = mx + n$ və ya
  [illegible] $c - n = 0$ [illegible]
  müəyyən edilir

1) $D < 0$ isə, parabola ilə düz xətt kəsişməzlər.
2) $D = 0$ olarsa, düz xətt parabolaya toxunandır.
3) $D > 0$ olarsa parabola ilə düz xətt iki nöqtədə kəsişirlər.

Misal:

$y = 2x - m$ düz xəttinin $y = x^2 + 6x - 2$ parabolasının toxunanı olması üçün **m** neçə olmalıdır?

Həlli:

$x^2 + 6x - 2 = 2x - m$

$x^2 + 4x + m - 2 = 0$

$D = 0$ olmalıdır.

$D = 16 - 4(m - 2) = 0$

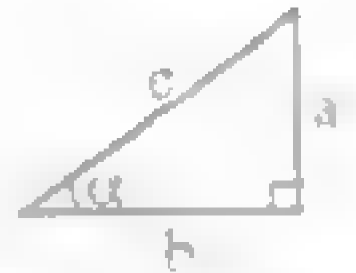
$m = 6$

TRİQONOMETRİYA

Düzbucaqlı üçbucaqda triqonometrik funksiyalar

$\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\cos\alpha = \frac{b}{c}$

$tg\alpha = \frac{a}{b}$ $ctg\alpha = \frac{b}{a}$



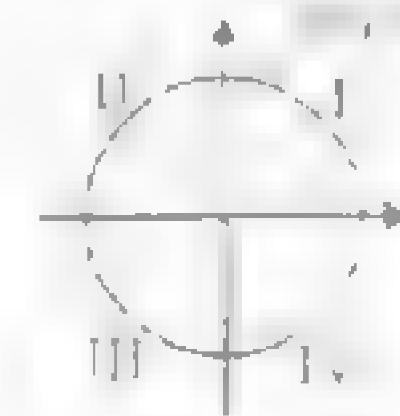
Misal: Aşağıdakı şəklə əsasən triqonometrik funksiyaların qiymətlərini tapın.

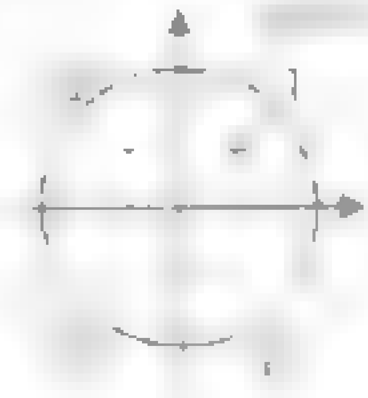
$\sin\alpha = \frac{3}{5} = 0{,}6$; $\cos\alpha = \frac{4}{5} = 0.8$

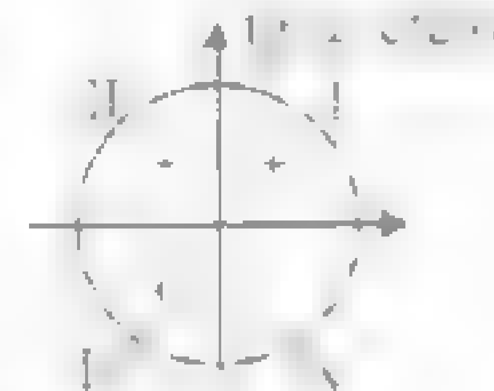
$tg\alpha = \frac{3}{4}$ $ctg\alpha = \frac{4}{3}$



Triqonometrik funksiyaların işarəsi







Bucaqların radian və dərəcə ölçüləri

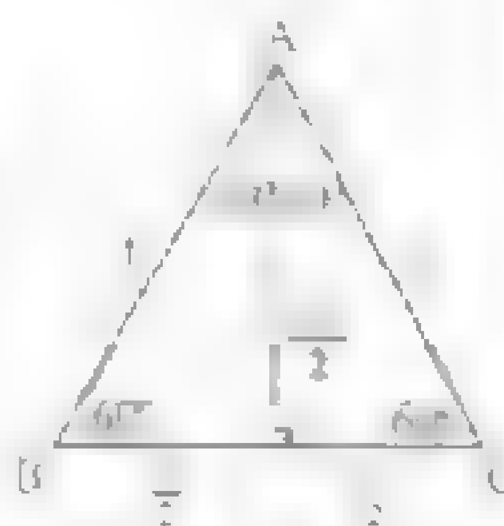
Bucaqların radian və dərəcə ölçüləri arasında əlaqə

$$\alpha = \frac{\alpha^0 \cdot \pi}{180^0}; \quad \alpha^0 = \frac{\alpha \cdot 180^0}{\pi}$$

α – bucağın radian ölçüsü

α^0 – bucağın dərəcə ölçüsü

✓ $\sin 30^0 = \cos 60^0 = \frac{1}{2}$

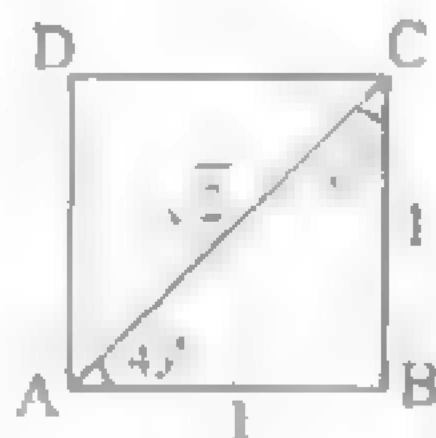


$\cos 30^0 = \sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\text{tg}30^0 = \text{ctg}60^0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

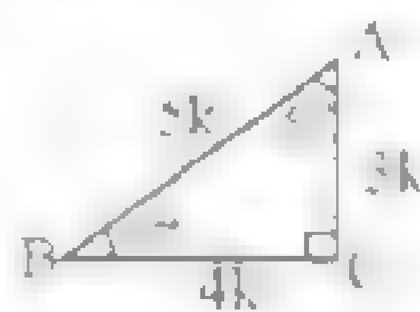
$\text{tg}60^0 = \text{ctg}30^0 = \sqrt{3}$

✓ $\sin 45^0 = \cos 45^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$



$\text{tg}45^0 = \text{ctg}45^0 = 1$

✓ Düzbucaqlı üçbucaqda 37°-nin qarşısındakı tərəf 3k, 53°-nin qarşısındakı tərəf 4k-ya bərabər olur.



Bə'zi bucaqların dərəcə və radian ölçülərinin müqayisəli cədvəli

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
0^0	0	210^0	$\frac{7\pi}{6}$
30^0	$\frac{\pi}{6}$	225^0	$\frac{5\pi}{4}$
45^0	$\frac{\pi}{4}$	240^0	$\frac{4\pi}{3}$
60^0	$\frac{\pi}{3}$	270^0	$\frac{3\pi}{2}$
90^0	$\frac{\pi}{2}$	300^0	$\frac{5\pi}{3}$
120^0	$\frac{2\pi}{3}$	315^0	$\frac{7\pi}{4}$
135^0	$\frac{3\pi}{4}$	330^0	$\frac{11\pi}{6}$
150^0	$\frac{5\pi}{6}$	360^0	2π
180^0	π		

Bə'zi bucaqların triqonometrik funksiyalarının qiymətləri cədvəli

Funksiya	Arqument							
	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	180^0	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	$\frac{\pi}{6}$	[illegible]	[illegible]	[illegible]	π	[illegible]	[illegible]
$\sin\alpha$	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1	0	-1	[illegible]
$\cos\alpha$	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	-1	[illegible]	1
$\text{tg}\alpha$	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	–	[illegible]
$\text{ctg}\alpha$		[illegible]	1	[illegible]	[illegible]		[illegible]	–

CamScanner ilə skan edilib

- **Triqonometrik funksiyaların dövrü**

$\sin(\alpha + 2\pi n) = \sin\alpha$

$\cos(\alpha + 2\pi n) = \cos\alpha$

$tg(\alpha + \pi n) = tg\,\alpha$

$ctg(\alpha + \pi n) = ctg\,\alpha$

- **Triqonometrik funksiyanın qüvvəti verildikdə onun dövrünün tə'yin edilməsi**

$$\left.\begin{matrix}\sin^m(kx+b)\\ \cos^m(kx+b)\end{matrix}\right\} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|k|} \quad \text{(m tək olarsa)}$$

$$\left.\begin{matrix}\sin^m(kx+b)\\ \cos^m(kx+b)\end{matrix}\right\} \Rightarrow T = \frac{\pi}{|k|} \quad \text{(m cüt olarsa)}$$

$$\left.\begin{matrix}tg^m(kx+b)\\ ctg^m(kx+b)\end{matrix}\right\} \Rightarrow T = \frac{\pi}{|k|}$$

burada, $m \in N$, $k \in Z$

Misal 1: $f(x) = tg5x$ dövrünü tapın.

$$T = \frac{\pi}{k} = \frac{\pi}{5}$$

Misal 2: $f(x) = \cos^3(2x+5)$ dövrünü tapın.

m=3, k=2 olduğundan, $T = \frac{2\pi}{|k|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$

Misal 3: $f(x) = \sin^3(5x-4)$ isə, funksiyanın ən kiçik müsbət dövrünü tapın.

$$T = \frac{2\pi}{|k|} = \frac{2\pi}{5}$$

Misal 4:

$f(x) = \cos(6x+8)$ isə, funksiyanın ən kiçik müsbət dövrünü tapın.

$$T = \frac{2\pi}{|k|} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

Misal 5:

[illegible] tapın.

$$T = \frac{\pi}{|k|} = \frac{\pi}{3}$$

Misal 6:

$f(x) = 2\cos^3 4x - \sin^2 3x$ funksiyasının ən kiçik dövrünü tapın.

$2\cos^3 4x$ üçün, $T_1 = \frac{2\pi}{|k|} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

$-\sin^2 3x$ üçün, $T_2 = \frac{\pi}{|k|} = \frac{\pi}{3}$

$$ƏKOB(T_1; T_2) = \left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right) = \pi$$

Misal 7:

$f(x) = \sin 9x + \cos^2 6x$ funksiyasının dövrünü tapın.

$\sin 9x$ üçün, $T_1 = \frac{2\pi}{|k|} = \frac{2\pi}{9}$

$\cos^2 6x$ üçün, $T_2 = \frac{\pi}{|k|} = \frac{\pi}{6}$

$$ƏKOB(T_1; T_2) = \left(\frac{2\pi}{9}; \frac{\pi}{6}\right) = \frac{2\pi}{3}$$

CamScanner ilə skan edilib

Triqonometrik funksiyaların tək və cütlüyü

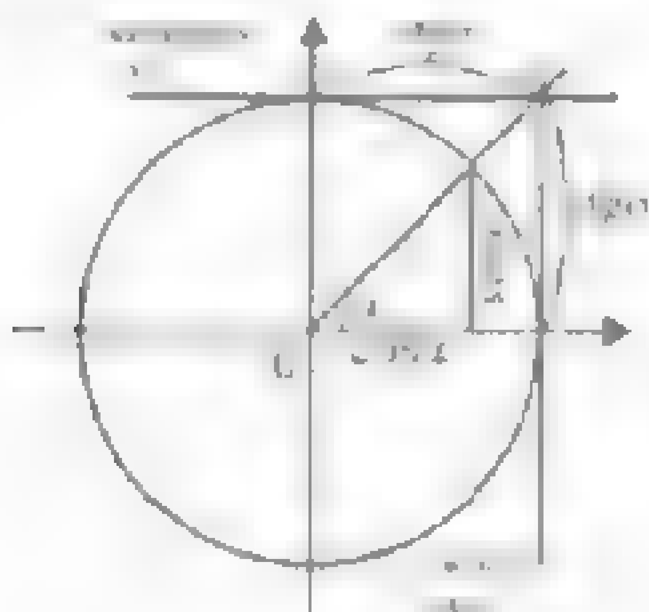
$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$, $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$

$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha$

Əsas triqonometrik eyniliklər

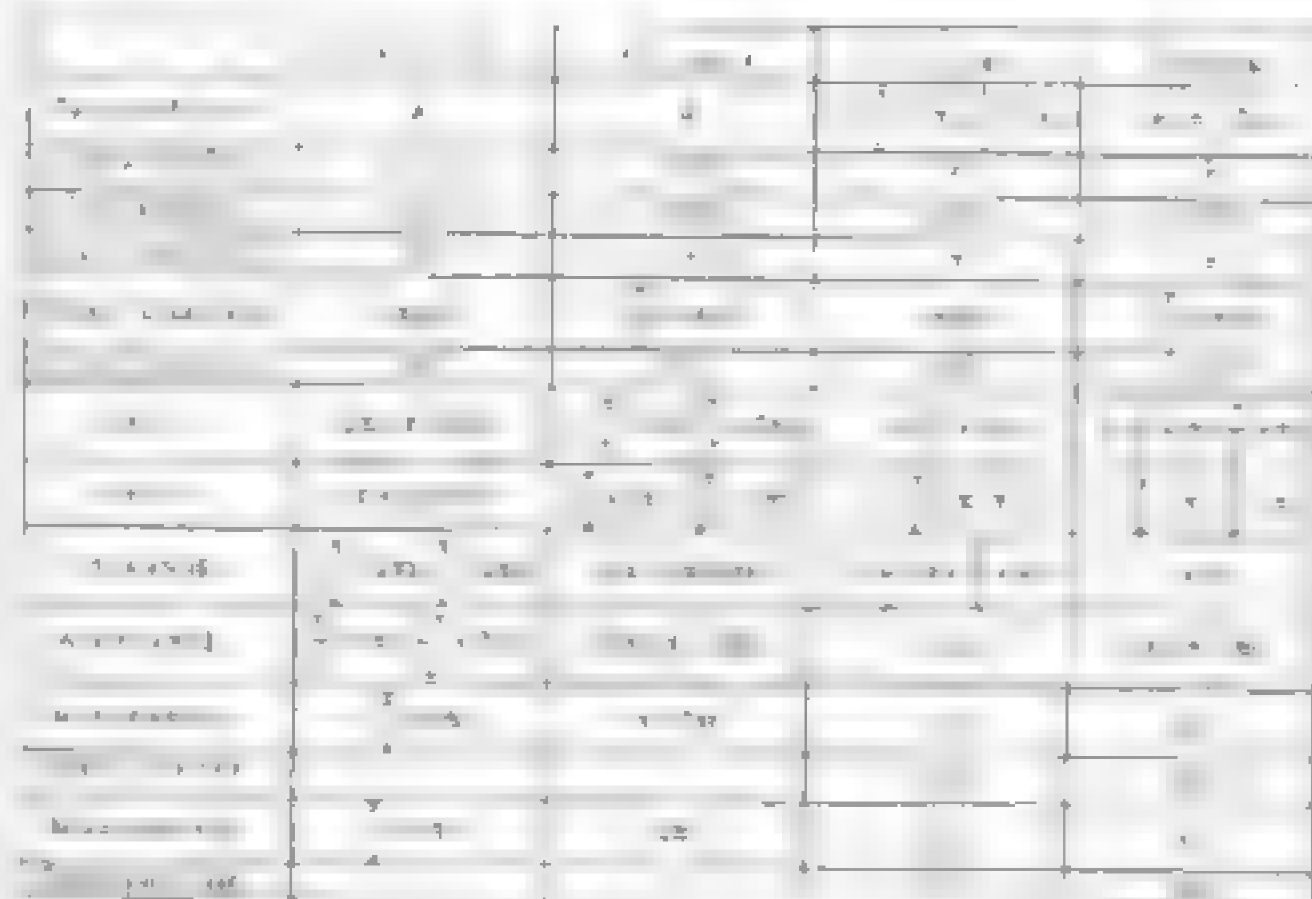
1. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
2. $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\alpha \neq \dfrac{\pi}{2}(2k+1)$
3. $\operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$; $\alpha \neq \pi k$
4. $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$; $\alpha \neq \dfrac{\pi k}{2}$
5. $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$; $\alpha \neq \dfrac{\pi}{2}(2k+1)$
6. $1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$; $\alpha \neq \pi k, k \in Z$

Vahid dairədə bucağın triqonometrik funksiyaları



[illegible]	[illegible]			
[illegible]	$\dfrac{\pi}{2} \pm \alpha$	$\pi \pm \alpha$	$\dfrac{3\pi}{2} \pm \alpha$	$2\pi \pm \alpha$
$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\mp\sin\alpha$	[illegible]	[illegible]
$\cos\alpha$	$\mp\sin\alpha$	[illegible]	$\pm\sin\alpha$	$\cos\alpha$
$\operatorname{tg}\alpha$	[illegible]	[illegible]	[illegible]	$-\operatorname{tg}\alpha$
$\operatorname{ctg}\alpha$	$\mp\operatorname{tg}\alpha$	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Triqonometrik funksiyaların qrafikləri



Toplama düsturları

1. $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
2. $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$
3. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$
4. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$

Misal:

$\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ +$

$+ \sin 30^\circ \cos 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

CamScanner ilə skan edilib

$$\sin 75^\circ = \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

$\cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ) =$
$= \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ =$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$$\cos 75^\circ = \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

5. $$tg(\alpha+\beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha \cdot tg\beta}$$

6. $$tg(\alpha-\beta) = \frac{tg\alpha - tg\beta}{1 + tg\alpha \cdot tg\beta}$$

7. $$ctg(\alpha+\beta) = \frac{ctg\alpha \cdot ctg\beta - 1}{ctg\beta + ctg\alpha}$$

8. $$ctg(\alpha-\beta) = \frac{ctg\alpha \cdot ctg\beta + 1}{ctg\beta - ctg\alpha}$$

İkiqat, üçqat və dördqat arqument düsturları

1. $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
2. $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$
3. $\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$
4. $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$
5. $\sin 4\alpha = 8\cos^3\alpha \sin\alpha - 4\cos\alpha \sin\alpha$
6. $\cos 4\alpha = 8\cos^4\alpha - 8\cos^2\alpha + 1$

1. $$tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha};\quad ctg2\alpha = \frac{ctg^2\alpha - 1}{2ctg\alpha}$$

2. $$tg3\alpha = \frac{3tg\alpha - tg^3\alpha}{1 - 3tg^2\alpha};\quad ctg3\alpha = \frac{ctg^3\alpha - 3ctg\alpha}{3ctg^2\alpha - 1}$$

3. $$tg4\alpha = \frac{4tg\alpha - 4tg^3\alpha}{1 - 6tg^2\alpha + tg^4\alpha}$$

4. $$ctg4\alpha = \frac{ctg^4\alpha - 6ctg^2\alpha + 1}{4ctg^3\alpha - 4ctg\alpha}$$

Yarım arqumentin triqonometrik funksiyaları

1. $$\sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}};\quad \cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$$

2. $$tg\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

3. $$ctg\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

Triqonometrik funksiyaların cəmini hasilə çevirmə düsturları

1. $$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha\pm\beta}{2}\cos\frac{\alpha\mp\beta}{2}$$

2. $$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

CamScanner ilə skan edilib

3. $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

Misal:

$$\frac{\cos105-\cos15}{\sin105+\sin15}=\frac{2\cos\frac{105+15}{2}\cos\frac{105-15}{2}}{2\sin\frac{105+15}{2}\cos\frac{105-15}{2}}=$$

$$=\frac{\cos60\cdot\cos45}{\sin60\cdot\cos45}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

4. $\mathrm{tg}\alpha \pm \mathrm{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta}$

5. $\mathrm{ctg}\alpha \pm \mathrm{ctg}\beta = \frac{\sin(\beta\pm\alpha)}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}$

6. $\cos\alpha + \sin\alpha = \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right) =$

$= \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$

7. $\cos\alpha - \sin\alpha = \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right) =$

$= \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$

8. $\mathrm{tg}\alpha + \mathrm{ctg}\beta = \frac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cdot\sin\beta}$

9. $\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{ctg}\beta = -\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cdot\sin\beta}$

10. $\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{ctg}\alpha = -2\mathrm{ctg}2\alpha$

11. $1+\cos\alpha = 2\cos^2\frac{\alpha}{2}$; $1-\cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$

12. $1+\sin\alpha = 2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)$

13. $1-\sin\alpha = 2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)$

14. $1\pm\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}\pm\alpha\right)}{\cos\alpha}$

15. $1-\mathrm{tg}^2\alpha = \frac{\cos2\alpha}{\cos^2\alpha}$; $1-\mathrm{ctg}^2\alpha = \frac{-\cos2\alpha}{\sin^2\alpha}$

➲ **Dərəcəni aşağı salma dusturları**

1. $\sin^2\alpha = \frac{1-\cos2\alpha}{2}$

2. $\sin^3\alpha = \frac{1}{4}(3\sin\alpha - \sin3\alpha)$

3. $\cos^2\alpha = \frac{1+\cos2\alpha}{2}$

4. $\cos^3\alpha = \frac{1}{4}(\cos3\alpha + 3\cos\alpha)$

5. $\sin^4\alpha = \frac{1}{8}(\cos4\alpha - 4\cos2\alpha + 3)$

6. $\cos^4\alpha = \frac{1}{8}(\cos4\alpha + 4\cos2\alpha + 3)$

CamScanner ilə skan edilib

Triqonometrik fuksiyaların hasilinin cəmə çevirmə dusturları

1. $\cos\alpha\cdot\cos\beta=\frac{1}{2}(\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta))$

2. $\sin\alpha\cdot\sin\beta=\frac{1}{2}(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta))$

3. $\sin\alpha\cdot\cos\beta=\frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta))$

4. $\sin\beta\cdot\cos\alpha=\frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta))$

Misal 1:

$\cos105^\circ\cdot\cos15^\circ=\cos(90^\circ+15^\circ)\cdot\cos15^\circ=$

$=-\sin15^\circ\cdot\cos15^\circ=-\frac{1}{2}\sin30^\circ=-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}$

Misal 2:

$\sin\frac{5\pi}{12}\cdot\sin\frac{\pi}{12}=$

$=-\frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{5\pi}{12}+\frac{\pi}{12}\right)-\cos\left(\frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{12}\right)\right]=$

$=-\frac{1}{2}\left(\cos\frac{6\pi}{12}-\cos\frac{4\pi}{12}\right)=-\frac{1}{2}\left(0-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$

5. $\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{tg}\beta=\frac{\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta}{\mathrm{ctg}\alpha+\mathrm{ctg}\beta}$

6. $\mathrm{ctg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}\beta=\frac{\mathrm{ctg}\alpha+\mathrm{ctg}\beta}{\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta}$

7. $\sin(\alpha+\beta)\cdot\sin(\alpha-\beta)=\cos^2\beta-\cos^2\alpha$

8. $\cos(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta)=\cos^2\beta-\sin^2\alpha$

Triqonometrik funksiyaların yarım bucağın tangensi ilə ifadəsi

1. $\sin\alpha=\frac{2\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}{1+\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$; 2. $\cos\alpha=\frac{1-\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{1+\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$

3. $\mathrm{tg}\alpha=\frac{2\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}{1-\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$; 4. $\mathrm{ctg}\alpha=\frac{1-\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{2\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}$

Tərs triqonometrik funksiyalar daxil olan əsas münasibətlər

$\sin(\arcsin x)=x$,	$x\in[-1;1]$
$\cos(\arccos x)=x$,	$x\in[-1;1]$
$\mathrm{tg}(\mathrm{arctg}\,x)=x$,	$x\in R$
$\mathrm{ctg}(\mathrm{arcctg}\,x)=x$,	$x\in R$
$\arcsin(\sin x)=x$,	$x\in[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}]$
$\arccos(\cos x)=x$,	$x\in[0;\pi]$
$\mathrm{arctg}(\mathrm{tg}\,x)=x$,	$x\in(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2})$
$\mathrm{arcctg}(\mathrm{ctg}\,x)=x$,	$x\in(0;\pi)$

CamScanner ilə skan edilib

$$\arcsin x = \arccos\sqrt{1-x^2} = \operatorname{arctg}\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \operatorname{arcctg}\frac{\sqrt{1-x^2}}{x} \qquad x \in (0;1)$$

$$\operatorname{arctg} x = \operatorname{arcctg}\frac{1}{x} = \arcsin\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$= \arccos\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \qquad x \in (0;+\infty)$$

$$\operatorname{arcctg} x = \operatorname{arctg}\frac{1}{x} = \arcsin\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$= \arccos\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \qquad x \in (0;+\infty)$$

$\arcsin(-x) = -\arcsin x$; $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$

$\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$; $\operatorname{arcctg}(-x) = \pi - \operatorname{arcctg} x$

$\arcsin x + \arcsin y =$

$$= \arcsin\left(x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2}\right)$$

$\arcsin x - \arcsin y =$

$$= \arcsin\left(x\sqrt{1-y^2} - y\sqrt{1-x^2}\right)$$

$\arccos x + \arccos y =$

$$= \arccos\left(xy - \sqrt{1-y^2}\cdot\sqrt{1-x^2}\right)$$

$\arccos x - \arccos y =$

$$= \arccos\left(xy + \sqrt{1-y^2}\cdot\sqrt{1-x^2}\right)$$

$$\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} y = \operatorname{arctg}\frac{x+y}{1-xy}$$

$$\operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} y = \operatorname{arctg}\frac{x-y}{1+xy}$$

➲ Ən sadə triqonometrik tənliklərin həlli

$\sin x = a \Leftrightarrow x = (-1)^k \arcsin a + \pi k,\ |a| \le 1,\ k \in Z$

$\cos x = a \Leftrightarrow x = \pm \arccos a + 2\pi k,\ |a| \le 1,\ k \in Z$

$\operatorname{tg} x = a \Leftrightarrow x = \operatorname{arctg} a + \pi k,\ a \in R,\ k \in Z$

$\operatorname{ctg} x = a \Leftrightarrow x = \operatorname{arcctg} a + \pi k,\ a \in R,\ k \in Z$

➲ Xüsusi hallar

a	sin x = a	cos x = a
0	$x = \pi k$	$x = \frac{\pi}{2}$ + [illegible]
[illegible]	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$	[illegible]
[illegible]	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$	[illegible]
$\frac{1}{2}$	[illegible]	[illegible]
$-\frac{1}{2}$	[illegible]	[illegible]
$\frac{\sqrt{3}}{2}$	[illegible]	[illegible]
$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$x = (-1)^{k+1}\frac{\pi}{3} + \pi k$	$x = \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$
$\frac{\sqrt{2}}{2}$	[illegible]	$x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n$
$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	[illegible]	[illegible]

CamScanner ilə skan edilib

a	tg x = a	ctg x = a
0	$x = \pi k$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$
1	$x = \frac{\pi}{4} + \pi k$	$x = \frac{\pi}{4} + \pi n$
−1	$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$	$x = \frac{3\pi}{4} + \pi n$
$\sqrt{3}$	$x = \frac{\pi}{3} + \pi k$	$x = \frac{\pi}{6} + \pi n$
$-\sqrt{3}$	$x = -\frac{\pi}{3} + \pi k$	$x = \frac{5\pi}{6} + \pi n$
$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$x = \frac{\pi}{6} + \pi k$	$x = \frac{\pi}{3} + \pi n$
$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$x = -\frac{\pi}{6} + \pi k$	$x = \frac{2\pi}{3} + \pi n$

Ən sadə triqonometrik bərabərsizliklər

$\sin x > a \Rightarrow x \in (\arcsin a + 2\pi n; \pi - \arcsin a + 2\pi n)$ $(|a| < 1)$

$\sin x < a \Rightarrow x \in (-\pi - \arcsin a + 2\pi n; \arcsin a + 2\pi n)$ $(|a| < 1)$

$\cos x > a \Rightarrow x \in (-\arccos a + 2\pi n; \arccos a + 2\pi n)$ $(|a| < 1)$

$\cos x < a \Rightarrow x \in (\arccos a + 2\pi n; 2\pi - \arccos a + 2\pi n)$, $(|a| < 1)$

$\mathrm{tg}\, x > a \Rightarrow x \in (\mathrm{arctg}\, a + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n)$, $(a \in R)$

$\mathrm{tg}\, x < a \Rightarrow x \in (-\frac{\pi}{2} + \pi n; \mathrm{arctg}\, a + \pi n)$ $(a \in R)$

$\mathrm{ctg}\, x > a \Rightarrow x \in (\pi n; \mathrm{arcctg}\, a + \pi n)$ $(a \in R)$

$\mathrm{ctg}\, x < a \Rightarrow x \in (\mathrm{arcctg}\, a + \pi n; \pi + \pi n)$, $(a \in R)$

Tərs triqonometrik tənliklər

$\arcsin x = a \Rightarrow x = \sin a$, $(|a| \le \frac{\pi}{2})$

$\arccos x = a \Rightarrow x = \cos a$, $(0 < a \le \pi)$

$\mathrm{arctg}\, x = a \Rightarrow x = \mathrm{tg}\, a$, $(|a| < \frac{\pi}{2})$

$\mathrm{arcctg}\, x = a \Rightarrow x = \mathrm{ctg}\, a$, $(0 < a < \pi)$

Tərs triqonometrik bərabərsizliklər

$\arcsin x > a \Rightarrow x \in (\sin a; 1]$, $(|a| < \frac{\pi}{2})$

$\arcsin x < a \Rightarrow x \in [-1; \sin a)$, $(-\frac{\pi}{2} < a \le \frac{\pi}{2})$

$\arccos x > a \Rightarrow x \in [-1; \cos a)$, $(0 < a < \pi)$

$\arccos x < a \Rightarrow x \in (\cos a; 1]$, $(0 < a \le \pi)$

$\mathrm{arctg}\, x > a \Rightarrow x \in (\mathrm{tg}\, a; +\infty)$, $(|a| < \frac{\pi}{2})$

$\mathrm{arctg}\, x < a \Rightarrow x \in (-\infty; \mathrm{tg}\, a)$, $(|a| < \frac{\pi}{2})$

$\mathrm{arcctg}\, x > a \Rightarrow x \in (-\infty; \mathrm{ctg}\, a)$, $(0 < a < \pi)$

$\mathrm{arcctg}\, x < a \Rightarrow x \in (\mathrm{ctg}\, a; +\infty)$, $(0 < a < \pi)$

CamScanner ilə skan edilib

Bərabərsizliklər

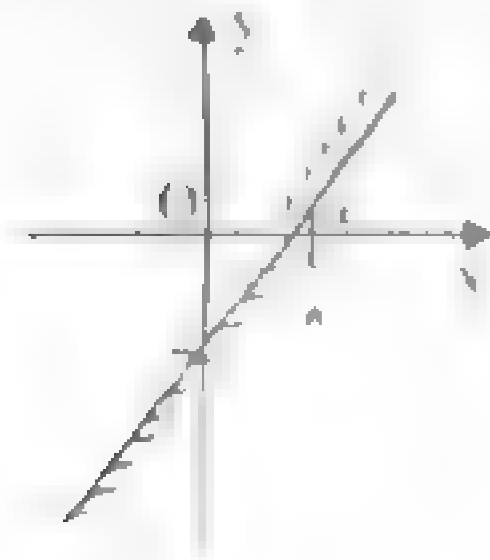
- **Bərabərsizlik**

  F(x) həqiqi dəyişənli funksiya olduqda $F(x) > 0$, $F(x) < 0$, $F(x) \ge 0$, $F(x) \le 0$ ifadəsinə bərabərsizlik deyilir.

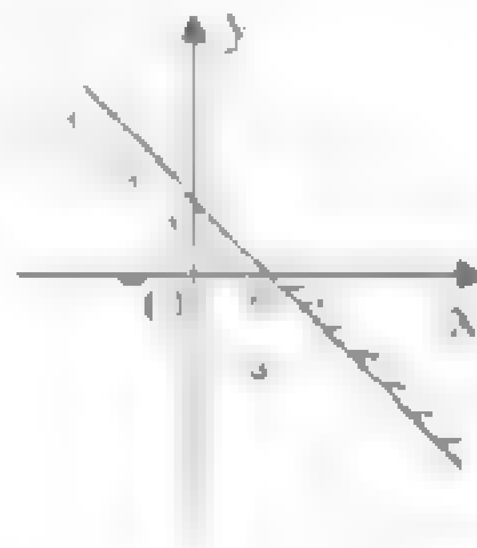
- **Birinci dərəcədən bərabərsizliklər:**

  $F(x) = ax + b$ həqiqi qiymətli funksiyasının bərabərsizlik forması aşağıdakı şəkildə araşdırılır.

$$F(x) = ax + b$$



$tg\alpha = a > 0$



$tg\alpha = a < 0$

Şəkildən göründüyü kimi $x = -\frac{b}{a}$ olduqda f(x) funksiyasının qiyməti sıfra çevrilir.

Yə'ni $a > 0$ olduqda, $F\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$

$x \in \left(-\frac{b}{a}; +\infty\right)$ üçün $F(x) > 0$

$x \in \left(-\infty; -\frac{b}{a}\right)$ üçün $F(x) < 0$

$a < 0$ olduqda isə,

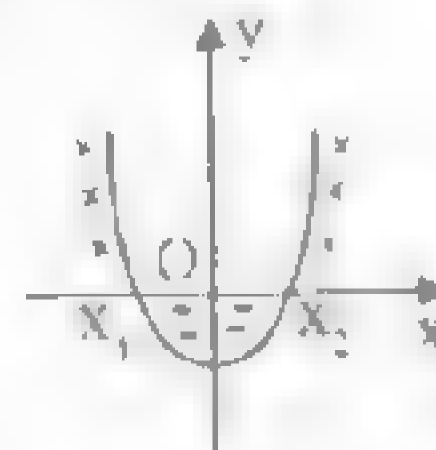
$x \in \left(-\infty; -\frac{b}{a}\right)$ üçün $F(x) > 0$

$x \in \left(-\frac{b}{a}; +\infty\right)$ üçün $F(x) < 0$

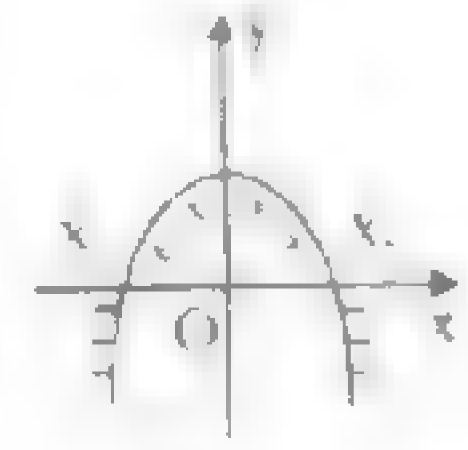
- **İki dərəcəli bərabərsizliklər**

  $F(x) = ax^2 + bx + c$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 olsun. Onda

$\Delta > 0$ isə $x_1 \ne x_2 \in R$			
X	$-\infty$ x_1	x_2	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	a-nın işarəsi ilə eyni	a-nın işarəsinin əksi	a-nın işarəsi ilə eyni



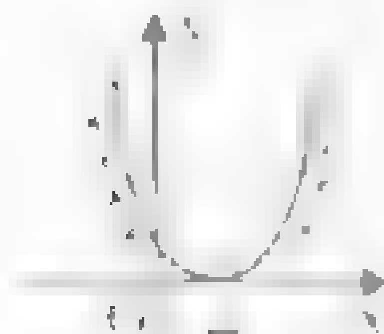
$a > 0$
$\Delta > 0$



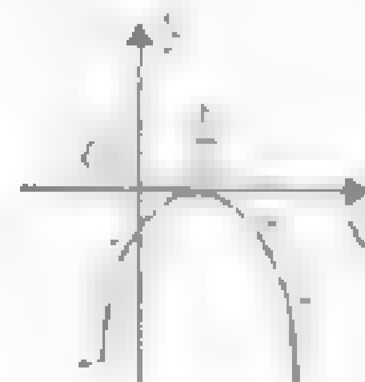
$a < 0$
$\Delta > 0$

CamScanner ilə skan edilib

$\Delta > 0$ isə $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$			
X	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	a-nın işarəsi ilə eyni	0	a-nın işarəsi ilə eyni

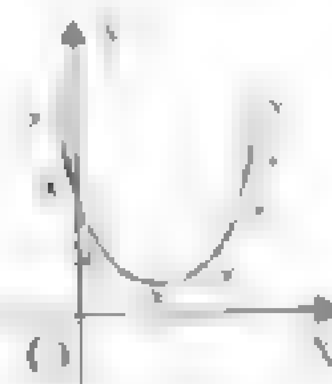


$a > 0$
$\Delta = 0$

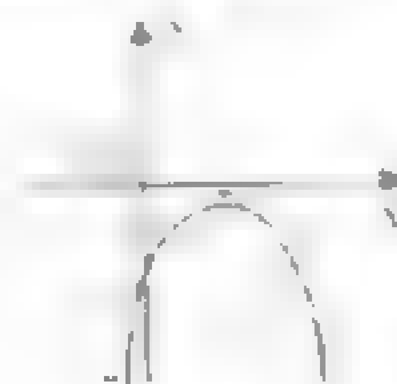


$a < 0$
$\Delta = 0$

$\Delta < 0$ isə $x \notin R$	
X	$-\infty$ həqiqi kök yoxdur $+\infty$
$ax^2 + bx + c$	a-nın işarəsi ilə eyni
$a > 0$ $\Delta > 0$	+ + + + $f(x) > 0$
$a < 0$ $\Delta < 0$	− − − − $f(x) < 0$



$a > 0$
$\Delta < 0$
həmişə (+)



$a < 0$
$\Delta < 0$
həmişə (-)

Bərabərsizlikləri [illegible] praktiki [illegible] da həll [illegible]. Bunun üçün aşağıdakı qaydaları bilmək lazımdır.

1°. Bərabərsizlikdə iştirak edən funksiyaların kökləri tapılır və ədəd oxunda sıra ilə yazılır.

2°. Funksiyanın [illegible] çoxhədlilərin [illegible] işarələri [illegible] asılı olaraq vurulur - bölünür və funksiyanın işarəsi tə'yin edilir.

3°. İşarə ədəd oxunda ən sağ bölmədə (intervalda) yazılır və təkrar olunmayan köklər olduqda, işarə sağdan sola doğru dəyişir.

4°. Təkrar olunan kök olduqda, kökün sağ və solunda işarə dəyişməz qalır.

CamScanner ilə skan edilib

Məsələn:

$$\frac{(x^2-9)(2x^2-x+7)}{x^2-4x+4} < 0$$ bərabərsizliyini

həll edək.

Surətdə birinci mötərizədəki çoxhədlinin kökləri ± 3, baş həddin işarəsi (+), ikinci çoxhədlinin həqiqi kökü yoxdur və baş həddin işarəsi (+) - dir.

Məxrəcdəki çoxhədlinin $x = 2$ təkrar kökü var və baş həddin işarəsi müsbətdir. Ədəd oxu quraq. İfadənin işarəsi $\frac{(+)(-)}{(+)} = (-)$ olar.



Cavab: $x \in (-3; 2) \cup (2; 3)$

➲ **Köklərin işarəsinin müəyyənləşməsi:**

$ax^2 + bx + c = 0$ tənliyin kökləri həqiqi ədəd isə, köklərin işarəsini bilmək üçün

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ və $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ ifadələrini

nəzərdən keçirmək lazımdır. Bunu cədvəl formasında verək.

$\Delta > 0$ üçün

1°. $x_1x_2 > 0$ isə, köklər eyni işarəlidir və aşağıdakılar doğrudur.

a) $x_1 + x_2 > 0$ isə, köklər müsbət,

b) $x_1 + x_2 < 0$ isə, köklər mənfidir.

2° $x_1 x_2 < 0$ isə, köklər müxtəlif işarəlidir və aşağıdakılar doğrudur.

a) $x_1 + x_2 > 0$ isə müsbət kök mütləq qiymətcə o birindən böyükdür. Yə'ni [illegible]

b) $x_1 + x_2 < 0$ isə, mənfi kök mütləq qiymətcə o birindən böyükdür. Yə'ni [illegible]

3° $x_1 + x_2 = 0$ isə, köklər mütləq qiymətcə bərabərdir. Yə'ni $|x_2| = |x_1|$

4° $x_1 x_2 = 0$ isə, köklərdən biri sıfırdır və buradan aşağıdakıları yazmaq olar

a) $x_1 + x_2 > 0$ isə, $x_1 = 0$ və $x_2 > 0$

b) $x_1 + x_2 < 0$ isə, $x_1 = 0$ və $x_2 < 0$

c) $x_1 + x_2 = 0$ isə, $x_1 = x_2 = 0$ olar.

Limit

1. $\lim_{x \to x_0} f(x) = a$ və $\lim_{x \to x_0} q(x) = b$ isə,

$$\lim_{x \to x_0} (f(x) \pm q(x)) = a \pm b$$

2. $\lim_{x \to x_0} f(x) = a$ və $\lim_{x \to x_0} q(x) = b$ isə,

$$\lim_{x \to x_0} f(x) \cdot q(x) = a \cdot b$$

3. $$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{q(x)} = \frac{a}{b}, \ (b \neq 0)$$

CamScanner ilə skan edilib

4. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin px}{qx}=\lim\limits_{x\to0}\frac{px}{qx}=\frac{p}{q}$

5. $\lim\limits_{x\to0}\frac{tg\,px}{qx}=\lim\limits_{x\to0}\frac{px}{tg\,qx}=\frac{p}{q}$

6. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin px}{\sin qx}=\frac{p}{q}$ 7. $\lim\limits_{x\to0}\frac{tg\,px}{tg\,qx}=\frac{p}{q}$

8. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin px}{tg\,qx}=\frac{p}{q}$ 9. $\lim\limits_{x\to0}\frac{tg\,px}{\sin qx}=\frac{p}{q}$

10. $f(x)=\sqrt{ax^2+bx+c}$ isə,

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\sqrt{ax^2+bx+c}=$$

$$=\lim_{x\to\pm\infty}\sqrt{a}\left|x+\frac{b}{2a}\right|,\ (a>0)$$

11. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x}{x}=1$ 12. $\underset{x\to0}{tg}\frac{tg\,x}{x}=1$

13. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=e$ 14. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{p}{n}\right)^n=e^p$

[illegible]

Misal

- $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 5x}{tg\,3x}=\frac{5}{3}$; $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 4x}{7x}=\frac{4}{7}$

- $\lim\limits_{x\to3}\frac{\sin(6x-18)}{4x-12}=\frac{3}{2}$; $\lim\limits_{x\to3}\frac{\sin(x^2-9)}{\sin(x-3)}=$ [illegible]

- [illegible]

Ədədi silsilə

⊃ Ədədi silsilənin ümumi həddinin düsturu $a_n = a_1 + (n-1)d$, burada d-silsilə fərqi, a_1-birinci həddir.

• Bir ədədi silsilədə, hər hansı bir həddən əvvəl gələn həddi çıxdıqda silsilə fərqini verir.

$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = ... = a_{n+1} - a_n$

Ümumi həddin düsturuna əsasən:

$a_1 = a_1 + (1-1)d = a_1$
$a_2 = a_1 + (2-1)d = a_1 + d$
$a_3 = a_1 + (3-1)d = a_1 + 2d$
. . . .

Silsilə fərqini aşağıdakı kimi də tapmaq olar:

$d=\frac{a_t-a_p}{t-p}$ $1\le p\le t\le n$

Bir ədədi silsilədə hər hədd özündən

CamScanner ilə skan edilib

bərabər məsafədəki hədlərin ədədi ortasına bərabərdir.

$$a_p = \frac{a_{p-k} + a_{p+k}}{2}$$

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$ olan bir ədədi silsilədə $a_4 = \frac{a_3 + a_5}{2} = \frac{a_2 + a_6}{2} = \frac{a_1 + a_7}{2}$

➲ Sonlu bir ədədi silsilədə əvvəldən və sondan eyni məsafədə olan iki həddin cəmi ilk və son hədlərin cəminə bərabərdir.

Ədədi silsilədə m + n [illegible] k olarsa, $a_m + a_n = a_j + a_k$ onda $a_1, a_2, a_3, ...a_{n-2}, a_{n-1}, a_n$ üçün $a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = ...$

Məsələn:

$a_1 + a_7 = a_2 + a_6 = a_3 + a_5 = a_4 + a_4$

a və b ədədləri arasında bunlarla birlikdə ədədi silsilə təşkil edən n sayda ədəd yazılarsa, bu silsilənin fərqi $d = \frac{b - a}{n + 1}$ olar

Ədədi silsilənin ilk n həddinin cəmi

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n; \quad S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

$$d = \frac{a_n - a_m}{n - m}$$

Misal:

■ $a_1 = 4$, $a_8 = 25$ isə, $d = ?$

$a_8 = a_1 + 7d$

$25 = 4 + 7d \quad \Rightarrow d = 3$

■ $a_5 = 19$ və $a_{14} = 55$ isə, $d = ?$

$$d = \frac{a_{14} - a_5}{14 - 5} = \frac{55 - 19}{9} = \frac{36}{9} = 4$$

■ $a_8 = 10$ olarsa, $a_2 + a_{14} = ?$

$$a_8 = \frac{a_2 + a_{14}}{2} = 10 \Rightarrow a_2 + a_{14} = 20$$

■ $a_1 - a_9 = 48$ isə, $d = ?$

$a_9 = a_1 + 8d$

$a_1 - (a_1 + 8d) = 48 \quad \Rightarrow \quad d = -6$

■ 12 ilə 78 ədədləri arasında ədədi silsilə təşkil edəcək şəkildə 5 ədəd yerləşdirilir. Silsilə fərqini tapın.

$12, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, 78$

$$r = \frac{a_7 - a_1}{7 - 1} = \frac{78 - 12}{6} = \frac{66}{6} = 11$$

Həndəsi silsilə

➲ Həndəsi silsilənin ümumi həddinin düsturu

$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

$b, bq, bq^2, bq^3, ..., bq^{n-1} ....$

$b_1 = b_1 \cdot q^{1-1} = b_1 \cdot q^0 = b_1$

$b_2 = b_1 \cdot q^{2-1} = b_1 \cdot q^1 = b_1 \cdot q$

$b_3 = b_1 \cdot q^{3-1} = b_1 \cdot q^2$

....

$b_n = b_{n-1} \cdot q = b_{n-2} \cdot q^2 = ... = b_1 \cdot q^{n-1}$

➲ Həndəsi silsilədə hər hansı bir həddin

CamScanner ilə skan edilib

özündən əvvəlki həddə nisbəti silsilə vuruğuna bərabərdir.

$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} = \frac{b_4}{b_3} = \dots = \frac{b_n}{b_{n-1}} = q$$

- a ilə b ədədləri arasında həndəsi silsilə təşkil edəcək n sayda ədəd yazılarsa, bu silsilənin silsilə vuruğu aşağıdakı kimi olar:

$$q = \sqrt[n+1]{\frac{b}{a}}; \qquad \frac{a_{n+1}}{a_n} = q$$

[illegible] P_n [illegible], onda

$$P_n = (b_1 \cdot b_n)^{\frac{n}{2}}; \qquad P_n = \sqrt{(b_1 \cdot b_n)^n}$$

Həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmi aşağıdakı kimi hesablanır.

$$S_n = a_1 \cdot \left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)$$

[illegible] həndəsi ortasına bərabərdir.

$$b_n = \sqrt{b_{n-k} \cdot b_{n+k}}$$

Həndəsi silsilədə n + m = i + k olarsa,

$$b_n \cdot b_m = b_i \cdot b_k$$

[illegible]

cəminin düsturu:

$$S = \frac{b_1}{1-q}$$

Misal 1: $b_1 = \frac{1}{9}$ və silsilə vuruğu 3 olan həndəsi silsilədə $b_8 = ?$

$$b_8 = b_1 \cdot q^7 = \frac{1}{9} \cdot (3)^7 = 3^{-2} \cdot 3^7 = 3^5 = 243$$

$b_8 = 243$

Misal 2: $b_5 = \frac{1}{32}$, $b_8 = 2^{-8}$ isə, $q = ?$

$$b_8 = b_5 q^3 \Rightarrow 2^{-8} = 2^{-5} \cdot q^3 \Rightarrow q = \sqrt[3]{\frac{2^{-8}}{2^{-5}}} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

Misal 3: $b_1 = 5$ və $b_6 = 20$ isə, həndəsi silsilənin ilk altı hədinin hasilini tapın

[illegible]

Misal 4: $3 - 2\sqrt{2}$ və $3 + 2\sqrt{2}$ ədədləri arasına hansı müsbət ədəd gəlməlidir ki, həndəsi silsilə olsun.

$3 - 2\sqrt{2}$, x, $3 + 2\sqrt{2}$

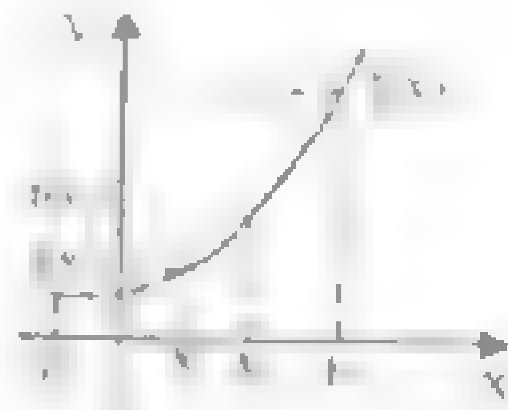
$x^2 = (3 - 2\sqrt{2}).(3 + 2\sqrt{2})$

$x^2 = 9 - 8$, $x^2 = 1$, $x = 1$

CamScanner ilə skan edilib

1)

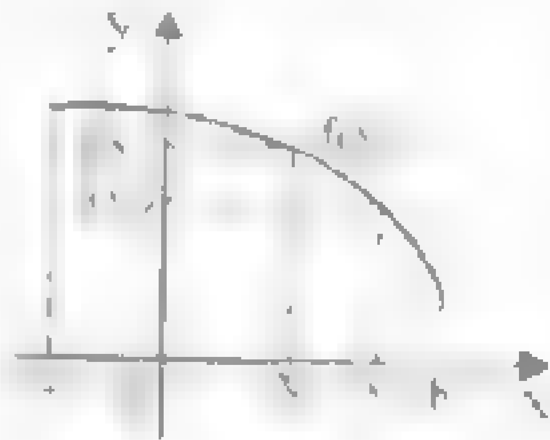




Sabit funksiya

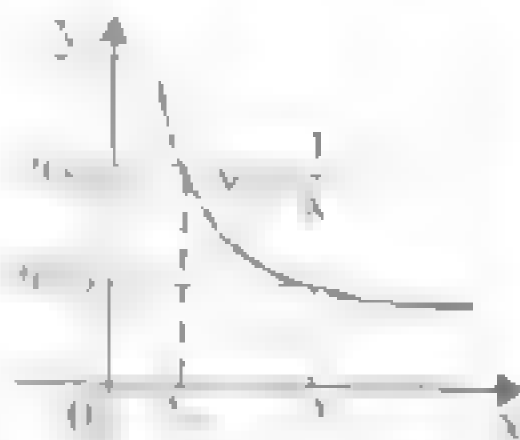
$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ artan funksiya

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ azalan funksiyadır.



Misal:
$x_1 < x_2 \quad f(x_1) > f(x_2)$

$y = \frac{1}{x}$ funksiyası azalandır



➲ Tək və Cüt funksiyalar

1. $f(-x) = -f(x)$ isə $f(x)$ funksiyası tək funksiyadır. Tək funksiyaların qrafikləri başlanğıc nöqtəsinə görə simmetrikdir.
2. $f(-x) = f(x)$ isə $f(x)$ funksiyası cüt funksiyadır. Cüt funksiyaların qrafikləri y oxuna görə simmetrikdir.

Misal 1: $f(x) = 4x^3 - \frac{7}{x}$ təkdir, yoxsa cüt?

$$f(-x) = 4(-x)^3 - \frac{7}{(-x)} = -4x^3 + \frac{7}{x} = -\left(4x^3 - \frac{7}{x}\right) = -f(x)$$

$f(-x) = -f(x)$ olduğuna görə $f(x)$ tək funksiyadır.

Misal 2: $f(x) = x^2 + \frac{6}{x^4} + 4$ təkdir, yoxsa cüt?

$$f(-x) = (-x)^2 + \frac{6}{(-x)^4} + 4 = x^2 + \frac{6}{x^4} + 4 = f(x)$$

$f(-x) = f(x)$ olduğuna görə $f(x)$ cüt funksiyadır.

3. Funksiyaların tərsi

a) $f(x) = ax + b$ isə $f^{-1}(x) = \frac{x - b}{a}$

Misal 1: $f(x) = 3x + 4$ isə $f^{-1}(x) = \frac{x - 4}{3}$

Misal 2: $f(x) = x + 4$ isə $f^{-1}(x) = x - 4$

b) $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ isə, $f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$

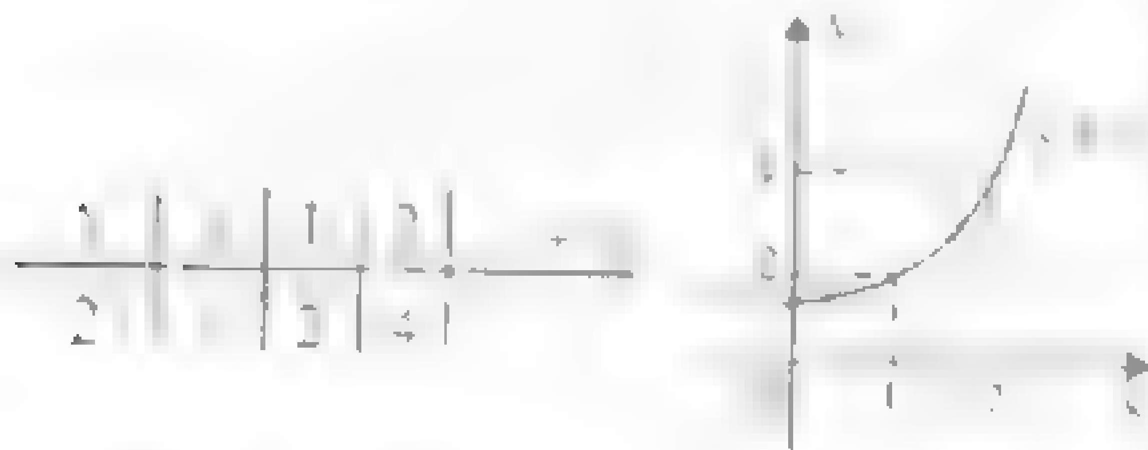
Misal 1: $f(x) = \frac{3x + 4}{6x + 7}$ isə, $f(x)^{-1} = \frac{-7x + 4}{6x - 3}$

Misal 2: $f(x) = \frac{-4x + 6}{3x + 8}$ isə, $f^{-1}(x) = \frac{-8x + 6}{3x + 4}$

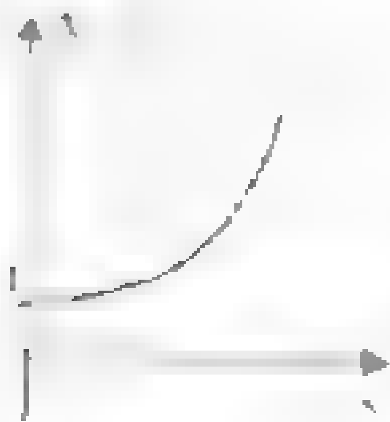
CamScanner ilə skan edilib

Üstlü funksiyaların qrafikləri

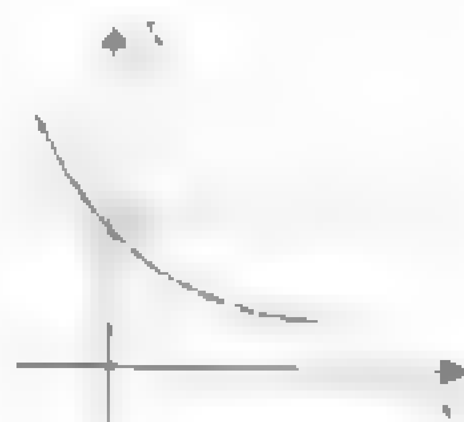
* $a \in R^{+} - \{1\}$ olarsa, $f(x) = a^{x}$ funksiyasına üstlü funksiya deyilir



$y = 2^{x}$ - in qrafiki



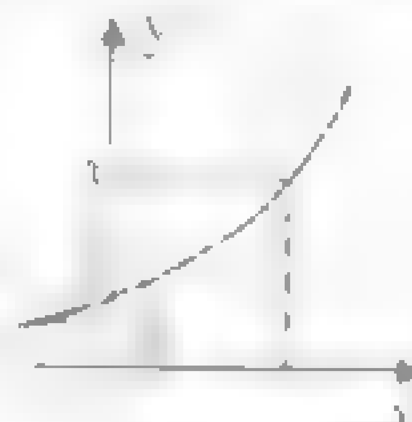
$y = a^{x}, \ 1 < a$



$y = a^{x}, \ 0 < a < 1$

Misal: $y = 3^{x}$ funksiyasının qrafikini çəkin

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9



$y = 3^{x}$ funksiyasının qrafiki

Funksiyanın tə'yin oblastı

$y = f(x)$ və $y = g(x)$ iki funksiya olsun.

1) $y = f(x)$ - ın tə'yin oblastı R-dır.

2) $y = \dfrac{f(x)}{q(x)}$ -ın tə'yin oblastı $q(x) \neq 0$ şərtini ödəyən həqiqi ədədlərdır

3) $y = \sqrt{f(x)}$ -ın tə'yin oblastı $f(x) \geq 0$ şərtini ödəyən həqiqi ədədlərdir.

4) $y = \dfrac{1}{\sqrt{f(x)}}$ -ın tə'yin oblastı, $f(x) > 0$ şərtini ödəyən həqiqi ədədlərdır.

5) $y = \sqrt[3]{f(x)}$ -ın tə'yin oblastı R-dir.

Misal 1: $f(x) = \sqrt{x^{2} - 1}$ funksiyasının tə'yin oblastını tapın.

Həlli:

$f(x) \geq 0 \ \ x^{2} - 1 \geq 0$ üçün $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

Misal 2: $q(x) = \sqrt{3 - |x - 1|}$ funksiyasının tə'yin oblarstını tapın.

Həlli:

$3 - |x - 1| \geq 0 \quad 3 \geq |x - 1|, \ 3 \geq x - 1 \geq -3$

$4 \geq x \geq -2$

Cavab: $[-2; 4]$

CamScanner ilə skan edilib

Misal 3: $f(x) = \sqrt{9-|x-1|}$ funksiyanın tə'yin oblastını tapın.

Həlli: $9 - |x - 1| \geq 0$

$- |x - 1| \geq 0$

$|x - 1| \leq -9$

$-9 \leq x - 1 \leq 9$

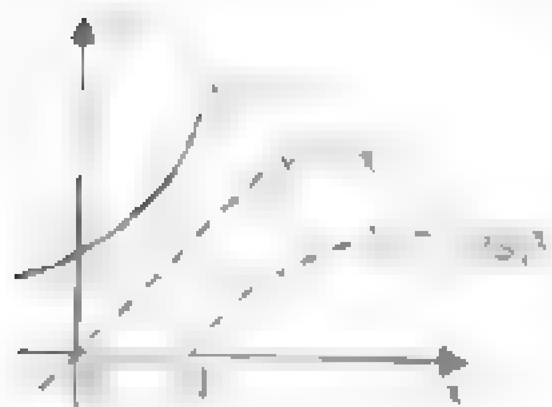
$-8 \leq x \leq 10$

Cavab: [-8; 10]

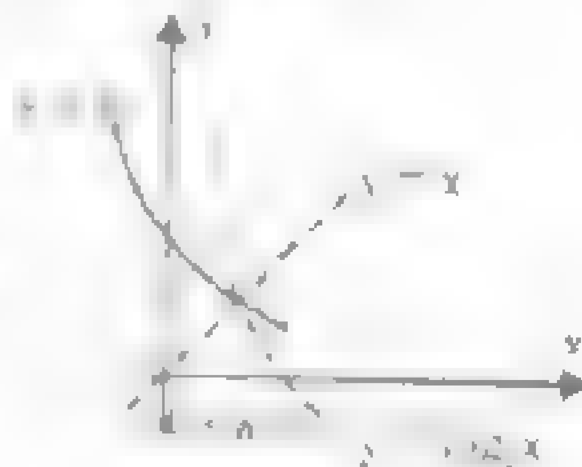
Loqarifma

$a \in R_+ \setminus \{1\}$ olarsa, $f(x)=\log_a x$ funksiyasına **loqarifmik funksiya deyilir.**

1) $\log_a 1 = 0$
2) $\log_a a = 1$; **$\ln e = 1$**
3) $a > 1$ isə, log funksiyası artan funksiyadır
$0 < x_1 \leq x_2$ isə, $\log_a x_1 \leq \log_a x_2$ dır.
$0 < a < 1$ olarsa, log funksiyası azalan funksiyadır.
Yə'ni $0 < x_1 \leq x_2$ isə, $\log_a x_1 \geq \log_a x_2$



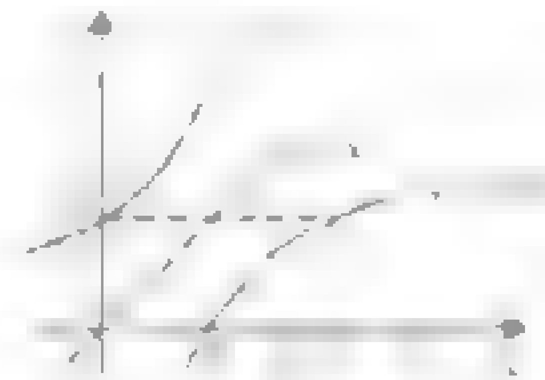
$a > 1$



$0 < a < 1$

4) $\log_{10} x = \log x = \lg x$
5) Natural logarifma $\log_e x$
$y = \log_e x = \ln x$

6) $\log_a x = y$ isə, $x = a^y$



7) $f(x) = \log_a x$ isə, $f^{-1}(x) = a^x$
$y = \log_a x$ funksiyasının tərsi olan funksiya $y = a^x$-dır.
8) Mənfi ədədlərin loqarifması yoxdur.
a) $a > 0$ isə, $\log_a 0 = -\infty$
b) $0 < a < 1$ isə, $\log_a 0 = +\infty$
9) $a^{\log_a b} = b$
10) $\log_a a^x = x$
11) $\log_a(A \cdot B) = \log_a A + \log_a B$, $A > 0$, $B > 0$
$\underbrace{\log_a(A \cdot A \cdot A \dots)}_{n \text{ dəfə}} = \underbrace{\log_a A + \log_a A + \log_a A + \dots}_{\log_a A \quad n\text{ - dəfə}}$
12) $\log_a A^n = n \log_a A$; $A > 0$

$$\log_a \sqrt[n]{A} = \log_a A^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n}\log_a A$$

$$\log_a \sqrt[m]{x^p} = \frac{p}{m}\log_a x$$

13) $\log_a\left(\frac{A}{B}\right) = \log_a A - \log_a B$; $A > 0$, $B > 0$

14) $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

CamScanner ilə skan edilib

15) $\log_a x = \dfrac{1}{\log_x a}$

* $\log_a x = \dfrac{\log_x x}{\log_x a} = \dfrac{1}{\log_x a}$

* $\ln 2 = \dfrac{1}{\log_2 e}$

16) $\log_a b \cdot \log_b a = 1$

17) $\log_{a^n} x = \dfrac{1}{n} \log_a x$

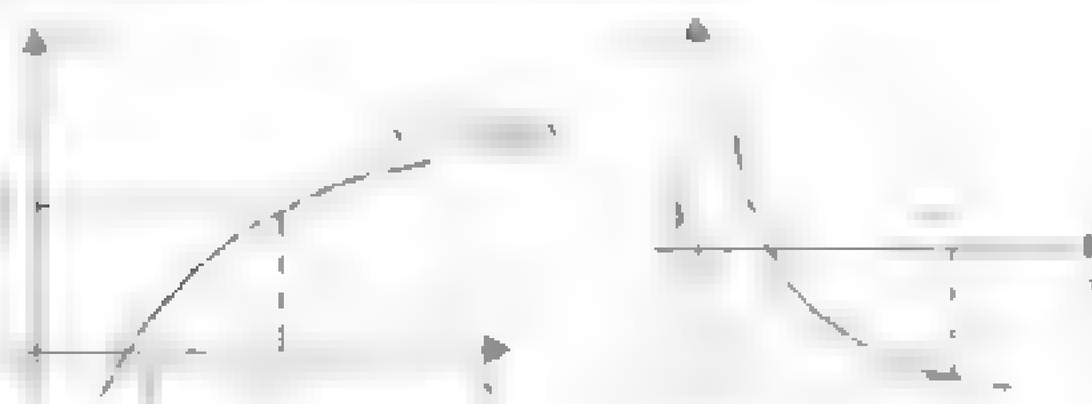
18) $\log_{a^n} a^m = \dfrac{m}{n} \cdot \log_a a = \dfrac{m}{n}$

19) $\log_{a^n} b^m = \dfrac{m}{n} \log_a b$

20) Laqarifmada bərabərliklər və bərabərsizliklər

$f(x) = \log_a x$ funksiyası üçün $a > 1$,
$\log_a f(x) > b$ isə,
$f(x) > a^b$
$\log_a f(x) < b$ isə, $0 < f(x) < a^b$

$0 < a < 1$, $\log_a f(x) < b$ olarsa, $f(x) > a^b$
[illegible]



Misal:

* $\lg 6 = \lg 2 \cdot 3 = \lg 2 + \lg 3$

* $\lg_3 30 = \lg_3 (10 \cdot 3) = \lg_3 3 + \lg_3 10 = 1 + \log_3 10$

* $\ln(5e^3) = \ln 5 + \ln e^3 = \ln 5 + 3\ln e = 3 + \ln 5$

* $\lg 4 + \lg 25 = \lg(4 \cdot 25) = \lg 100 = 2$

* $\lg_2 3 + \lg_2 5 + \log_2 \dfrac{1}{15} = \lg_2 \left(3 \cdot 5 \cdot \dfrac{1}{15}\right) =$
$= \log_2 1 = 0$

* $\log_{42} 2 + \log_{42} 7 + \log_{42} 3 = \log_{42}(2 \cdot 7 \cdot 3) =$
$= \log_{42} 42 = 1$

* [illegible]

* $\lg 0{,}12 = \lg \dfrac{12}{100} = \lg 12 - \lg 100 - \lg 3 \cdot 2^2 - 2 =$
$= \lg 3 + 2\lg 2 - 2$

* $\lg \dfrac{e}{9} = \ln e - \ln 9 = 1 - \ln 3^2 = 1 - 2\ln 3$

* $\log_2 7 = \dfrac{\log_3 7}{\log_3 2} = \dfrac{\lg 7}{\lg 2} = \dfrac{\ln 7}{\ln 2}$

CamScanner ilə skan edilib

- $\log_8 81 = \log_{2^3} 3^4 = \frac{4}{3}\log_2 3$
- $\log_{25} 125 = \log_{5^2} 5^3 = \frac{3}{2}\log_5 5 = \frac{3}{2} = 1{,}5$
- $\lg 2 = p$ və $\lg 3 = q$ isə, $\lg 225 = ?$
$\lg 225 = \lg 15^2 = 2\lg 15 = 2(\lg 3 + \lg 5) =$

$= 2\left(\lg 3 + \lg \frac{10}{2}\right) = 2(\lg 3 + \lg 10 - \lg 2) =$

$= 2(q + 1 - p)$

- $\lg\frac{1}{2} + \lg\frac{2}{3} + \lg\frac{3}{4} + \dots + \lg\frac{99}{100} =$

$= \lg\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\ldots\cdot\frac{99}{100}\right) = \lg\frac{1}{100} = \lg 10^{-2} = -2$

Törəmə

➲ a sabit bir ədəd olarsa, $y = a$ funksiyasının törəməsi $y' = 0$ olar.

1. $y = x$ olarsa $y' = 1$
2. $y = u + v$ olarsa, $y' = u' + v'$
3. $y = u \cdot v$ olarsa, $y' = u'v + v'u$
4. $y = u \cdot v \cdot w$ olarsa, $y' = u'vw + uv'w + uvw'$
5. $y = \frac{u}{v}$ olarsa, $y' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$, $[u = f(x)]$
6. $y = \sqrt{x} \Rightarrow y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
7. $y = \sqrt[n]{u} \Rightarrow y' = \frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$

Misal:

- $y = \sqrt{x^2 + 2x - 4}$ isə, $y' = \frac{(x^2+2x-4)'}{2\sqrt{x^2+2x-4}} =$

$= \frac{2x+2}{2\sqrt{x^2+2x-4}} = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x-4}}$

$y' = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x-4}} \Rightarrow y' = \frac{x+1}{y}$

8. $y = \sqrt{u}$ $\quad y' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
9. $y = x^n$ olarsa, $y' = nx^{n-1}$
10. $y = c \cdot x^n$ olarsa, $y' = c \cdot n \cdot x^{n-1}$
11. $y = u^n$ olarsa, $y' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$ $[u = f(x)]$
12. $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow y' = \frac{ad - bc}{(cx+d)^2}$

CamScanner ilə skan edilib

➲ Triqonometrik funksiyaların törəməsi

1. $F(x) = \sin x \Rightarrow F'(x) = \cos x$

2. $F(x) = \sin u \Rightarrow F'(x) = u' \cos u$
burada $u = f(x)$ -dır.

3. $F(x) = \sin^n x \Rightarrow F'(x) = n \cdot \sin^{n-1} x \cos x$

4. $F(x) = \cos x \Rightarrow F'(x) = -\sin x$

5. $F(x) = \cos u \Rightarrow F'(x) = -u' \sin u$

6. $F(x) = \cos^n x \Rightarrow F'(x) = -n \cdot \cos^{n-1} \sin x$
$y=\sin(5x+9)$ isə, $y'=5\cos(5x+9)$

[illegible] isə, $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cos\sqrt{x}$

$y=\sin^2 3x$ isə, $y'=((\sin 3x)^2)'$
$y'=6\sin 3x \cdot \cos 3x$
$y'=3\sin 6x$

Misal:
$y = \sin x$ isə, $y' = \cos x$
$y = \sin(x^2 + x)$ isə, $y' = \cos(x^2 + x)(2x+1)$
$y = \sin(\sin x)$ isə, $y' = \cos(\sin x) \cos x$
$y = \cos(x + x^3)$ isə, $y' = -\sin(x+x^3)\cdot(1 + 3x^2)$
$y = \cos(\sin x)$ isə, $y' = -\sin(\sin x)\cdot\cos x$

7. $F(x) = tgx \Rightarrow F'(x)=1+tg^2x=$ [illegible] $=\sec^2 x$

8. $F(x) = tgu$ olarsa, $\Rightarrow F'(x)=(1 + tg^2u)\cdot u'$

9. $F(x)=ctgx \Rightarrow F'(x)=-(1+ctg^2x) = \frac{[illegible]}{\sin^2 x}$

10. $F(x) = ctgu$ olarsa,

$F'(x) = -u'(1+ctg^2u) = -\frac{[illegible]}{\sin^2 u}$

Misal:
$y = tg2x$ olarsa, $y' =(1 + tg^2 2x)\cdot 2$ və ya

$y' = \frac{[illegible]}{\cos^2 2x}$

$y = tg^2x$ olarsa, $y' = 2tgx\,(1 + tg^2x)$ və ya

[illegible]

➲ **Loqarifmik funksiyaların törəməsi**

1. $y = \ln x$ olarsa, $y' = \frac{1}{x}$

2. $y = \ln u$ olarsa, $y' = \frac{u'}{u}$, $[u=f(x)]$

Misal:

☞ $y=\ln(\cos x)$ isə, $y' = \frac{(\cos x)'}{\cos x} = \frac{-\sin x}{\cos x}$

☞ $y = \ln(x^2 - 5x + 1)$ isə,
$y' = \frac{(x^2-5x+1)'}{[illegible]} = \frac{2x-5}{[illegible]}$

☞ $y = \log_3(5 - 3x)$ isə, $y' = \frac{\ln(5-3x)}{\ln 3}$ [illegible]

CamScanner ilə skan edilib

$$y' = \frac{u'}{u}\cdot\frac{1}{\ln 3} = \frac{(5-3x)'}{5-3x}\cdot\frac{1}{\ln 3}$$

$$y' = \frac{-3}{5-3x}\cdot\frac{1}{\ln 3} = \frac{3}{(3x-5)\ln 3} = \frac{3}{3x-5}\log_3 e$$

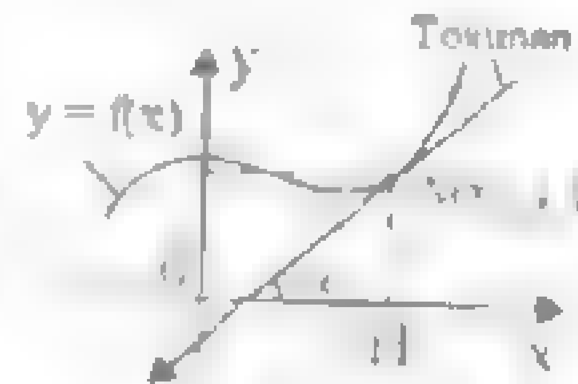
☛ $y = \log_5(\sin x)$ isə, $y' = \frac{(\sin x)'}{\sin x}\cdot\log_5 e =$
$= \mathrm{ctg}x \lg_5 e$

3. $y = \log_a x$ olarsa, $y' = \frac{1}{x\cdot\ln a} = \frac{1}{x}\cdot\log_a e$

4. $y = \log_a u$ olarsa, $y' = \frac{u'}{u\cdot\ln a} = \frac{u'}{u}\cdot\log_a e$

Törəmənin həndəsi tə'rifi

$y = f(x)$ funksiya üzərində $A(x_0, y_0)$ nöqtəsində çəkilən toxunanın bucaq əmsalı, funksiyanın bu nöqtədəki törəməsinə bərabərdir.



$f(x)$ funksiyasının qrafikinə aid $A(x_0, y_0)$ nöqtəsindən keçən toxunanın bucaq əmsalı m olsun. Bucaq əmsalı eyni zamanda $\mathrm{tg}\alpha$-ya bərabərdir.

➲ Toxunanın bucaq əmsalı $m = \mathrm{tg}\alpha = f'(x_0)$

Misal: $f(x) = x^2-4x+2$ funksiyasına $A(3, -1)$ nöqtəsində çəkilən toxunanın tənliyini tapın.

Halli: $m = \mathrm{tg}\alpha = f'(x_0) = 2x - 4 = 2x_0 - 4 =$
$= 2.3 - 4 = 2$

$A\ (3;\ -1)$
$\quad x_0\ \ y_0$

$m = \mathrm{tg}\,\alpha = 2 \qquad y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

$y - y_0 = m(x - x_0)$

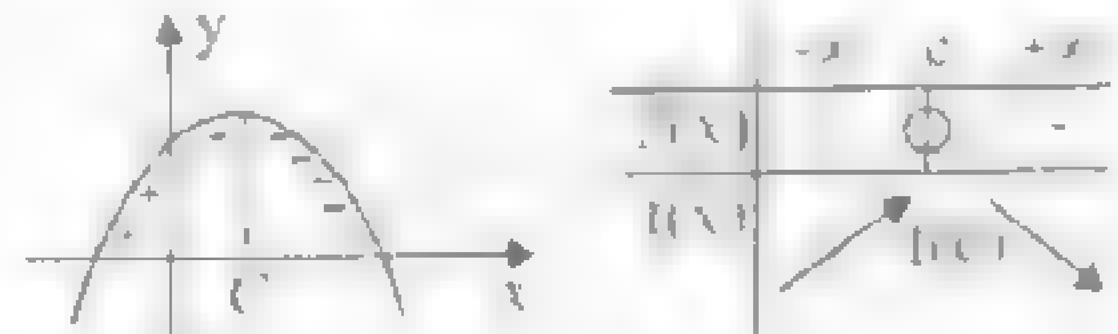
$y - (-1) = 2(x - 3)$

$y + 1 = 2x - 6$

$y = 2x - 7$

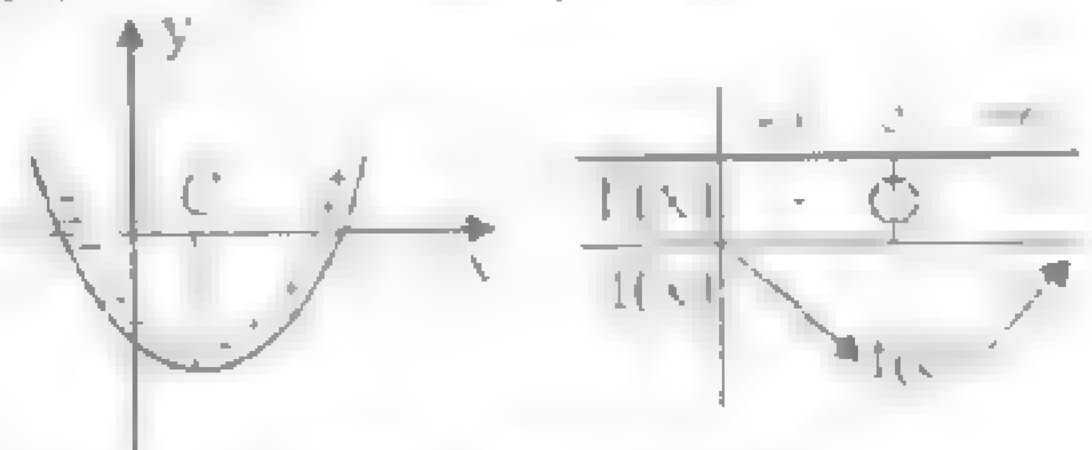
Ekstremum nöqtələrinin təhlili

1. $f(x)$ funksiyası $x = c$ nöqtəsinin solunda artan, sağında isə azalan isə $x = c$, $f(x)$-in bir maksimum nöqtəsidir.



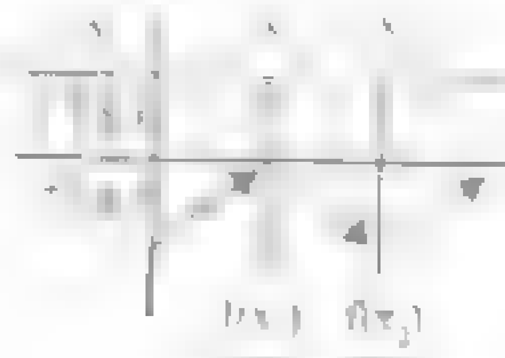
$(c, f(c))$ maksimum nöqtəsidir.

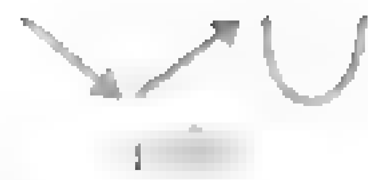
2. $f(x)$ funksiyası $x = c$ nöqtəsinin solunda azalan, sağında isə artan isə $x = c$ nöqtəsi $f(x)$-in minimum nöqtəsidir.



$(c, f(c))$ minimum nöqtəsidir.

CamScanner ilə skan edilib

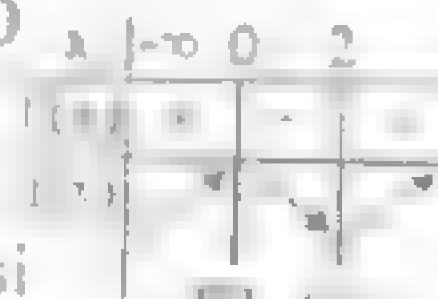




$(x_1, f(x_1))$ maksimum nöqtəsidir.
$(x_2, f(x_2))$ minimum nöqtəsidir.

Misal: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ funksiyanın ekstremum (max, min) nöqtələrini tapın.

Həlli: $f'(x) = 3x^2 - 6x$,
$3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow 3x(x-2) = 0$
$x_1 = 0,\ x_2 = 2$

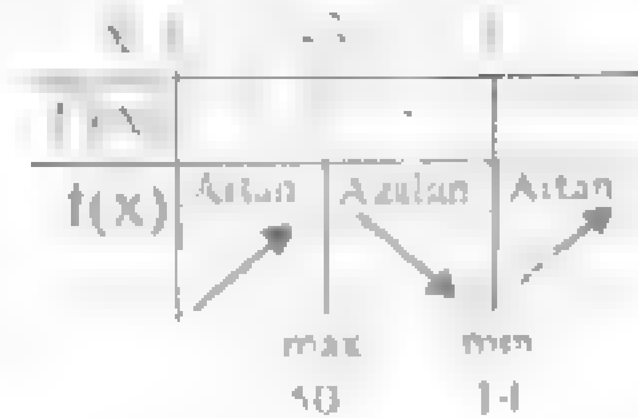


$f(0) = 5$, (0; 5) max nöqtəsi
$f(2) = 1$, (2; 1) min nöqtəsi

Artan və Azalan funksiyalar

1. $f'(x) < 0$ isə $f(x)$ funksiyası azalan funksiyadır.
2. $f'(x) > 0$ isə $f(x)$ funksiyası artan funksiyadır.
3. $f'(x) = 0$ isə $f(x)$ sabit funksiyadır.

Misal: $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 18x - 4$
$f'(x) = 6x^2 + 12x - 18 = 0$
$x^2 + 2x - 3 = 0$
$(x + 3)(x - 1) = 0$
$x_1 = -3 \quad x_2 = 1$

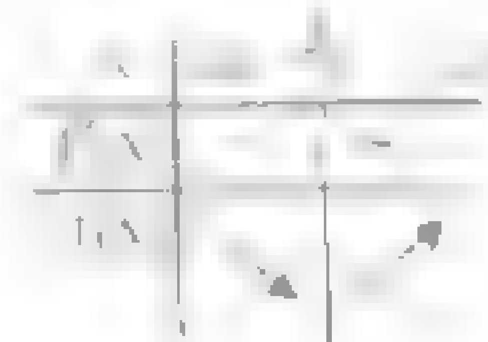


$-\infty < x < -3$ üçün $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ artan funksiyadır.
$-3 < x < 1$ üçün $f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ azalan funksiyadır.
$1 < x < +\infty$ üçün $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ artandır.
Ekstremum nöqtələrinin apsisi -3 və 1-dır.
$x = -3$ üçün $f(x) = 2(-3)^3 + 6(-3)^2 - 18(-3) - 4$
$f(x) = 50$
$x_2 = 1$ üçün. $f(x) = 2.1^3 + 6.1^2 - 18.1 - 4$
$f(x) = -14$
(-3; 50) nöqtəsi maksimum
(1; -14) nöqtəsi minimum nöqtələridir.

Misal : $f(x) = x^2 - 3x + 2$ funksiyasının artan və azalan aralığını tapın

Həlli: $f'(x) = 2x - 3$
$f'(x) = 2x - 3 = 0$

$x = \frac{3}{2}$

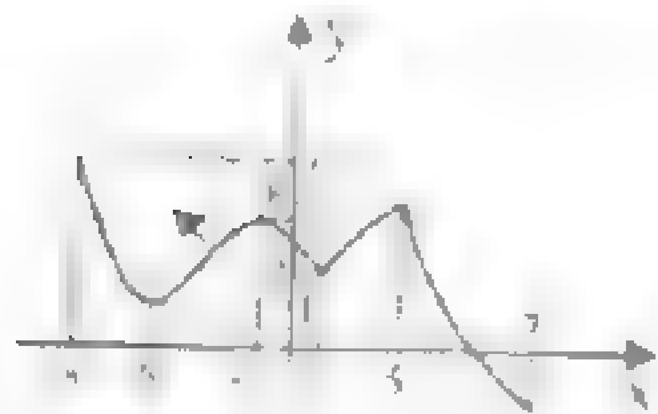


Bu halda funksiya $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$ azalan

$\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$ artan funksiyadır.

CamScanner ilə skan edilib

- Bir funksiyanın birdən artıq maksimum və minimum nöqtələri ola bilər.
- Maksimum və minimum qiymətlərinə qısaca funksiyanın ekstremumları deyilir.



f(x) funksiyasının [-8; 7] intervalında
- (-6; 1) və (2; 2) nöqtələri minimum nöqtələridir
- (-1; 5) və (5; 8) nöqtələri maksimum nöqtələridir.

Üstlü funksiyaların törəməsi

1. $y = e^x$ olarsa, $y' = e^x$
2. $y = e^u$ olarsa, $y' = u' e^u$

Misal:

- $y = e^{x^2+2x}$ isə, $y' = (x^2+2x)' e^{x^2+2x} =$

  $= (2x+2)e^{x^2+2x}$
- $y = e^{3x+2}$ isə, $y' = (3x+2)' e^{3x+2}$

  $y' = 3e^{3x+2}$
- $y = e^{tgx}$ isə, $y' = (tgx)' e^{tgx}$

  $y' = e^{tgx} \cdot (1 + tg^2 x) = \dfrac{e^{tgx}}{\cos^2 x}$

3. $y = a^x$ olarsa, $y' = a^x \cdot \ln a$
4. $y = a^u$ olarsa, $y' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$

Misal:

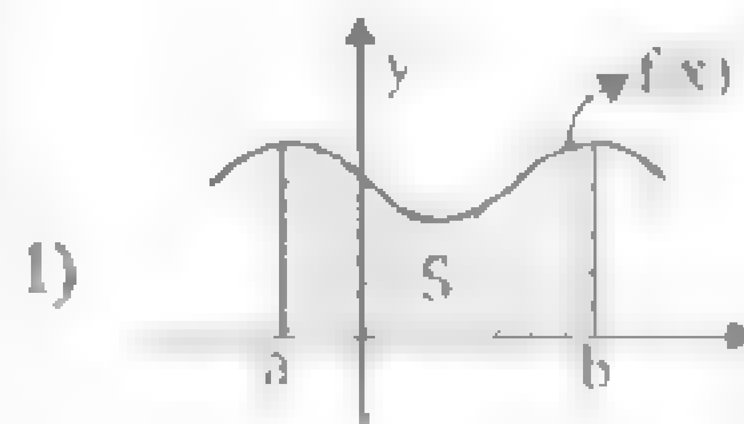
- $y = 3^{x^2}$ isə, $y' = (x^2)' \cdot 3^{x^2} \cdot \ln 3$

  $y' = 2x \cdot 3^{x^2} \cdot \ln 3$
- $y = 2^{\sin x}$ isə $y' = (\sin x)' \cdot 2^{\sin x} \cdot \ln 2$

  $y' = \cos x \cdot 2^{\sin x} \cdot \ln 2$
- $y = \dfrac{3^x}{5^x}$ isə, $y = \left(\dfrac{3}{5}\right)^x$, $y' = \left(\dfrac{3}{5}\right)^x \ln \dfrac{3}{5}$
- $y = 3^x + x^3$ isə,

  $y' = 3^x \ln 3 + 3x^2$

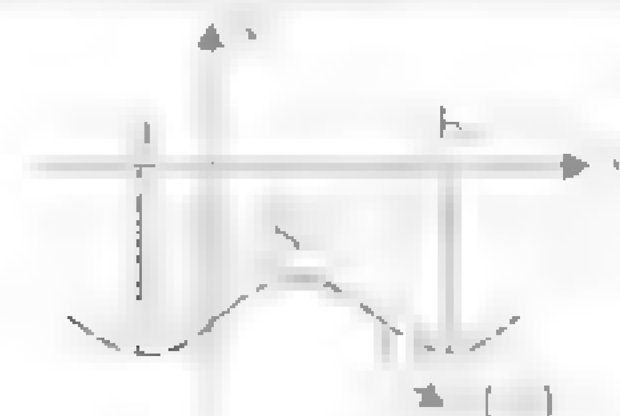
İnteqralda saha

1) 

$[a, b]$ aralığında, $f(x) > 0$ isə $S = \int_a^b f(x)dx$

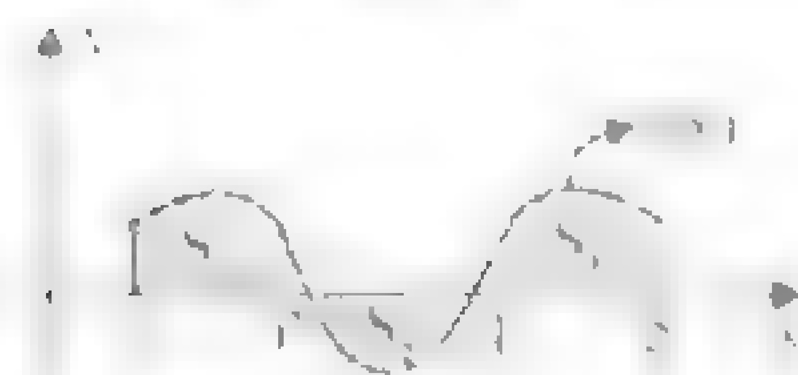
CamScanner ilə skan edilib

2)



[illegible] $S = -\int f(x)dx$

3)

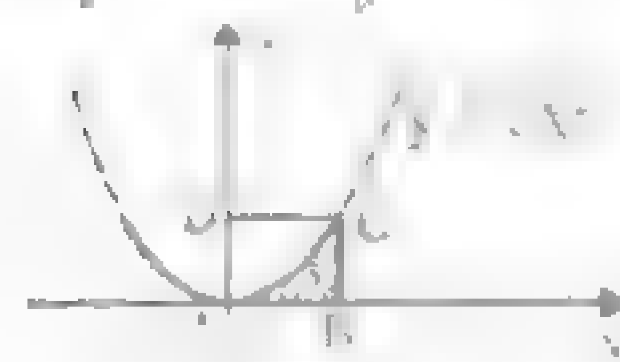


[a, b] aralığında f(x) funksiyasının işarəsi dəyişərsə, onda

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = \int_a^b |f(x)|dx =$$

$$= \int_a^p f(x)dx - \int_p^q f(x)dx + \int_q^b f(x)dx$$

4)



$$S_1 = \frac{1}{3} S(ABCD)$$

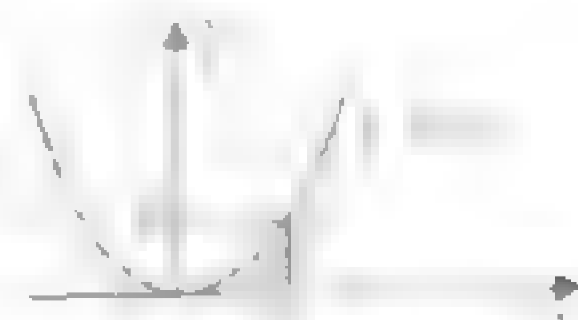
5)



$$\int_{-a}^{a} |f(x)|dx = -\int_{-a}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{a} f(x)dx$$

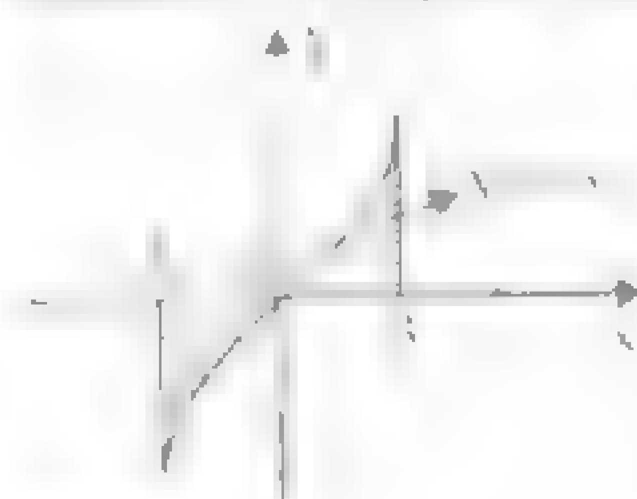
$$S_1 + S_2 = 2\int |f(x)|dx$$

Misal 1:



[illegible]

Misal 2: [illegible]



Həlli:

$$S = \int_{-3}^{3} |x^3| dx = 2\int_0^3 x^3 dx = 2\cdot\left(\frac{x^4}{4}\right)\Bigg|_0^3 = \frac{81}{2}$$

Misal 3: $\left[\frac{\pi}{4}, \pi\right]$ aralığında y = sinx və y = cosx əyriləri arasındakı qalan sahəni tapın.

Həlli:

$$S = \int_{\pi/4}^{\pi} (\sin x - \cos x)dx = (-\cos x - \sin x)\Big|_{\pi/4}^{\pi}$$

CamScanner ilə skan edilib

$S = (-\cos\pi - \sin\pi) - (-\cos\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{4}) =$

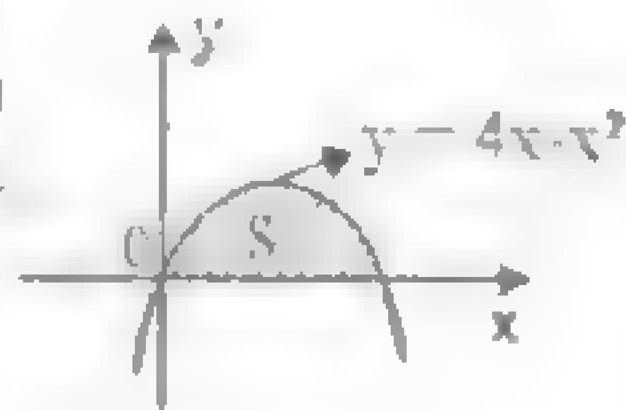
$$= -(-1) - 0 - \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2} + 1$$

Misal 4: $y = f(x) = 4x - x^2$ parabolası ilə x oxu arasında qalan sahəni tapın

Həlli: $4x - x^2 = 0$

$x(4 - x) = 0$

$x = 0,\ x = 4$



$$S = \int_0^4 \left(4x - x^2\right)dx$$

$$S = \left(4\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^4$$

$$S = 2 \cdot 4^2 - \frac{4^3}{3} = 32 - \frac{64}{3} = \frac{32}{3}$$

İnteqral

1. $\int dx = x + c$
2. $\int a dx = ax + c$
3. $\int ax^n dx = \frac{a}{n+1} \cdot x^{n+1} + c$
4. $\int (u + v)dx = \int u dx + \int v dx$
5. $\int u dv = u \cdot v - \int v du$
6. $\int e^{f(x)} \cdot f'(x)dx = e^{f(x)} + c$
7. $\int a^{f(x)} \cdot f'(x)dx = \frac{a^{f(x)}}{\ln a} + c$
8. $\int (ax + b)^n \cdot dx = \frac{(ax + b)^{n+1}}{a \cdot (n+1)} + c$
9. $\int au\, dx = a\int u\, dx$

Misal:

- $\int x^4 \cdot dx = \frac{x^5}{5} + c$
- $\int 3dx = 3x + c$
- $\int (3x^2 - 1)dx = \int 3x^2 dx - \int dx = x^3 - x + c$
- $\int \sqrt[3]{x^2}dx = \int x^{\frac{2}{3}}dx = \frac{x^{\frac{2}{3}+1}}{\frac{2}{3}+1} + c = \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + c$

11. $\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + c$

CamScanner ilə skan edilib

Misal:

- $\int \frac{4}{x}dx = 4\int \frac{dx}{x} = 4\ln|x|+c$

- $\int \frac{[illegible]}{x+1}dx = [illegible]\int \frac{1}{x+1}dx = [illegible]\ln|x+1|+c$

- $\int \frac{2x}{x^2+7}dx = [illegible]$

- $\int \frac{2x-3}{x^2-3x+7}dx = \ln(x^2-3x+7)+c$

- $\int \frac{\sin x}{\cos x}dx = -\ln|\cos x|+c$

12. $\int a^x \cdot dx = \frac{a^x}{\ln a}+c$

Misal:

- $\int 5^x \cdot dx = \frac{5^x}{\ln 5}+c$

- $\int 6^x \cdot dx = \frac{6^x}{\ln 6}+c$

- $\int 7^{2x+4} \cdot dx = \frac{7^{2x+4}}{2\ln 7}+c$

- $\int \left(3^x - x^3\right)\cdot dx = \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{x^4}{4}+c$

13. $\int \frac{1}{ax+b}\cdot dx = \frac{1}{a}\ln|ax+b|+c$

14. $\int e^u \cdot du = e^u + c$

15. $\int \frac{1}{[illegible]}dx = [illegible]$

16. $\int e^{ax}\cdot dx = \frac{e^{ax}}{[illegible]}[illegible]$

Misal:

$\int e^{x+2}dx = e^{x+2}+c$

$\int e^{5x+3}dx = \frac{1}{5}e^{5x+3}+c$

$\int \frac{dx}{e^{2x}} = \int e^{-2x}dx = [illegible]$

$\int [illegible] = \frac{[illegible]}{\ln [illegible]}[illegible]$

$\int 5^{x+2}dx = \frac{5^{x+2}}{\ln 5}+c$

$\int 5^{7x}dx = \frac{1}{7}\int 5^{7x}\cdot 7dx = \frac{5^{7x}}{[illegible]}[illegible]$

CamScanner ila skan edilib

Müəyyən İnteqral

* $\int_b^a f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$

1. $\int_b^a cf(x)dx = c\int_b^a f(x)dx$
2. $\int_b^a (f(x) \pm q(x))dx = \int_b^a f(x)dx \pm \int_b^a q(x)dx$
3. $\int_b^a f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$
4. $\int_a^a f(x)dx = 0$
5. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$
6. $a < b$ olmaq üzrə $[a, b]$ aralığında

   $f(x) \le q(x) \qquad \int_a^b f(x)dx \le \int_a^b q(x)dx$
7. f funksyası tək funksya olarsa:

   $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$
8. f funksiyası çüt funksya olarsa:

   $\int_{-a}^a f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$

Misal:

* $\int_1^2 x \cdot dx = \frac{x^2}{2}\Big|_1^2 = \frac{(2)^2}{2} - \frac{1^2}{2} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

* $\int_1^3 x^2 \cdot dx = \frac{x^3}{3}\Big|_1^3 = \frac{(3)^3}{3} - \frac{1^3}{3} = \frac{27}{3} - \frac{1}{3} = \frac{26}{3}$

* $\int_{\ln 3}^{\ln 8} e^x \cdot dx = e^x\Big|_{\ln 3}^{\ln 8} = e^{\ln 8} - e^{\ln 3} = 8 - 3 = 5$

* $\int_{\pi/2}^{\pi} \cos 3x \cdot dx = \frac{1}{3}\sin 3x\Big|_{\pi/2}^{\pi} =$

  $= \frac{1}{3}\left(\sin 3\pi - \sin\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{1}{3}(0+1) = \frac{1}{3}$

* $\int_0^1 x^{90} \cdot dx = \frac{x^{91}}{91}\Big|_0^1 = \left(\frac{1^{91}}{91}\right) - \left(\frac{0^{91}}{91}\right) = \frac{1}{91}$

* $\int_{e^3}^{e^9} \frac{dx}{x} = \ln|x| = \ln e^9 - \ln e^3 = 9 - 3 = 6$

* $\int_0^2 x^3 \cdot dx = \frac{x^4}{4}\Big|_0^2 = \frac{2^4}{4} - \frac{0}{4} = 4$

* $\int_0^{\pi} \sin x \cdot dx = -\cos\Big|_0^{\pi} = -[\cos\pi - \cos 0] =$

  $= -(-1-1) = 2$

Triqonometrik funksiyaların inteqralı

1. $\int \cos x \cdot dx = \sin x + c$

CamScanner ilə skan edilib

2. $\int \cos ax \cdot dx = \frac{1}{a}\sin ax + c$

3. $\int \sin x \cdot dx = -\cos x + c$

4. $\int \sin ax \cdot dx = -\frac{1}{a}\cos ax + c$

5. $\int \sin^2 ax \cdot dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2ax}{4a} + c$

6. $\int \cos^2 ax \cdot dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2ax}{4a} + c$

7. $\int \cos(ax+b) \cdot dx = \frac{1}{a}\sin(ax+b) + c$

8. $\int \sin(ax+b) \cdot dx = -\frac{1}{a}\cos(ax+b) + c$

9. $\int tgx \cdot dx = -\ln|\cos x| + c$

10. $\int ctgx \cdot dx = \ln|\sin x| + c$

Misal:

☞ $\int \sin 2x \cdot dx = -\frac{1}{2}\cos 2x + c$

☞ $\int \cos(3x+4) \cdot dx = \frac{1}{3}\sin(3x+4) + c$

☞ $\int \cos(x+5) \cdot dx = \sin(5+x) + c$

☞ $\int \cos 3x \cdot dx = \frac{1}{3}\sin 3x + c$

☞ $\int \sin(4x+5) \cdot dx = -\frac{1}{4}\cos(4x+5) - c$

☞ $\int \sin^2 x dx = \int \frac{1}{2}(1-\cos 2x)dx =$

$$= \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + c$$

☞ $\int \cos^2 x dx = \int \frac{1}{2}(1+\cos 2x)dx =$

$$= \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + c$$

☞ $\int \sin^3 x dx = \int \frac{3\sin x - \sin 3x}{4} dx =$

$$= -\frac{3}{4}\cos x + \frac{\cos 3x}{12} + c$$

☞ $\int \cos^3 x dx = \int \frac{3\cos x + \cos 3x}{4} dx =$

$$= \frac{3}{4}\sin x + \frac{\sin 3x}{12} + c$$

☞ $\int \frac{\sin x}{\cos x} dx = \ln \frac{1}{\cos x} + c$

☞ $\int \cos^2 3x dx = \int \frac{1+\cos 6x}{2} dx =$

$$= \frac{1}{2}\int (1+\cos 6x)dx = \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{6}\sin 6x\right) + c$$

CamScanner ilə skan edilib

Mündəricat

1. Ədədlər 3
2. Kəsrlər 18
3. Faiz 23
4. Mütləq qiymət 27
5. Üstlü ifadələr 29
6. Köklü ifadələr 32
7. Vuruqlara ayırma 38
8. Nisbət və tənasüb 41
9. Birdərəcəli tənliklər 46
10. Çoxhədlilər 54
11. İki və üçdərəcəli tənliklər 59
12. Parabola 65
13. Triqonometriya 71
14. Bərabərsizliklər 88
15. Limit 93
16. Ədədi silsilə 95
17. Həndəsi silsilə 97
18. Funksiyalar 100
19. Logarifma 104
20. Törəmə 108
21. İnteqral 117

CamScanner ilə skan edilib



CamScanner ilə skan edilib